





BIBLIOTECA PROVINCIALE

Armadio *III*



Palchetto *20*

Num d'ordine *66*

16 *4379*

NAZIONALE

B. Prov.

R. BIBLIOTECA

VITT. EM. III

2409

NAPOLI

B. Prod.

I

2409

TRAITÉ
DE
PERSPECTIVE LINÉAIRE.

DE L'IMPRIMERIE DE L.-T. CELLOT,

sur de Colombie, n° 30.



608630

TRAITÉ
DE
PERSPECTIVE LINÉAIRE,
A L'USAGE DES ARTISTES;

COMPRENANT
LA PERSPECTIVE DES OMBRES LINÉAIRES,
ET CELLE DES RÉFLEXIONS PRODUITES PAR L'EAU ET LES MIROIRS PLANS;

PRÉCÉDÉ
DES NOTIONS DE GÉOMÉTRIE NÉCESSAIRES POUR L'INTELLIGENCE DES OPÉRATIONS;

PAR CHARLES CHOQUET:



A PARIS,
CHEZ AIMÉ ANDRÉ, LIBRAIRE-ÉDITEUR,
QUAI DES AUGUSTINS, n° 69.
M. DCCC. XXIII.

1862

1862

1862

1862



PRÉFACE.

Parmi les Traités de Perspective qui ont été publiés jusqu'à présent, les uns exigent, pour être entendus, plus de connaissances en géométrie que n'en ont ordinairement les artistes; d'autres n'offrent point, pour l'exécution, des moyens assez prompts; d'autres enfin ne renferment que des exemples pratiques, d'après lesquels le lecteur ne peut se rendre compte des méthodes, et qui surchargent sa mémoire de détails superflus, sans y laisser de règles qui lui rendent au moins simples et faciles les opérations qui se présentent le plus fréquemment. Un Traité de Perspective à l'usage des artistes pouvait donc encore être regardé comme un ouvrage neuf à faire. Celui que je leur offre a été principalement composé dans le but d'aplanir les difficultés qu'ils ont rencontrées jusqu'à présent dans l'étude de cette science, et de donner aux procédés de construction toute la simplicité possible.

Les Notions de géométrie qui servent d'introduction comprennent tout ce qui est nécessaire, non pour l'intelligence de toutes les démonstrations, mais pour l'intelligence pratique des opérations, et pour celle des termes que je suis dans la nécessité d'employer.

Le premier chapitre renferme, avec les notions et les définitions préliminaires, l'exposition des principes qui servent de base aux opérations; et j'y donne, de ces principes, des démonstrations qui n'exigent, pour être suivies, d'autres notions de géométrie que celles qui sont indépendantes de toute étude spéciale, et que j'ai résumées dans l'introduction.

Le second chapitre traite des considérations d'après lesquelles on peut se guider dans le choix de la distance, et renferme tout ce que l'on peut dire de précis à cet égard.

Le troisième chapitre, qui forme la partie la plus étendue de l'ouvrage, comprend la pratique de la perspective pour les figures tracées sur des plans horizontaux et verticaux, et pour les corps élevés verticalement; c'est-à-dire tout ce qui est, en effet, d'un usage fréquent dans la peinture. J'y traite particulièrement des lignes obliques ou, en d'autres termes, de celles dont les perspectives sont dirigées à des *points accidentels*; partie qui a été entière-

ment négligée par les auteurs qui n'ont écrit que pour les artistes, et qui n'a guère été traitée que par M. Lavit, à qui j'ai fait à cet égard plusieurs emprunts. En m'attachant dans ce chapitre, comme dans les suivants, à n'émettre aucune règle qui ne soit fondée sur une démonstration, je ne puis éviter de recourir dans quelques occasions aux théorèmes de la géométrie. Toutefois, je ne suppose, comme dans tout le reste de l'ouvrage, que des connaissances entièrement élémentaires; et pour que les lecteurs à qui ces connaissances manqueraient ne soient point arrêtés, je sépare avec soin la construction de la démonstration. Enfin, pour mieux faire apercevoir l'ensemble des méthodes, je ne passe aux applications qui s'offrent dans la peinture qu'après avoir traité, sous le titre de problèmes généraux, les questions qui se reproduisent diversement combinées dans ces applications; questions que je donne le moyen de résoudre au besoin, sans employer aucun point situé hors des limites du tableau.

La pratique de la perspective pour les objet inclinés fait l'objet du quatrième chapitre. Je donne d'abord quelques exemples des moyens à l'aide desquels on peut tracer la perspective de ces objets, en n'employant que des points évanesquants horizontaux; ensuite, parce que ces moyens seraient souvent insuffisants ou trop pénibles, j'indique l'usage des lignes de fuite des plans inclinés, ce qui forme le complément des méthodes exposées dans le chapitre précédent. Enfin, je termine ce chapitre par des considérations sur les moyens d'opérer avec facilité sur un tableau d'une étendue déterminée et que l'on ne peut prolonger; considérations qui complètent ce que j'ai déjà dit sur cette matière.

Le chapitre cinquième, intitulé *De quelques questions relatives à la ligne droite et au plan*, sert, en quelque sorte, d'introduction à la perspective des ombres, qui fait le sujet du suivant. Ceux qui ne se proposeront point de faire de cette dernière partie une étude profonde pourront se dispenser de lire ce chapitre, qui n'a que quelques pages, et dans lequel se trouvent quelques considérations qui pourraient leur paraître trop abstraites.

Après avoir développé la théorie des ombres sur un grand nombre d'exemples, je passe à celles des réflexions produites par l'eau et les miroirs plans; théorie qui fait l'objet du chapitre VII, dans lequel je profite plusieurs fois, comme dans le précédent, des méthodes qui ont été données par M. Lavit.

Enfin, dans les additions qui suivent ce chapitre, je donne le complément des méthodes que j'ai crues de nature à ne pouvoir être entièrement développées dans le cours de l'ouvrage, et la solution de quelques problèmes qui supposent la connaissance des propriétés des lignes du second degré.

J'ai toujours supposé la surface du tableau plane et verticale. J'avais d'abord le projet de ne point me borner à cette supposition, et de donner aussi des règles pour les perspectives des théâtres, pour celles qui doivent être tracées dans les voûtes, et pour les anamorphoses; mais, si j'eusse traité ces parties avec tous les détails nécessaires, l'ouvrage serait devenu trop volumineux; et cette considération m'a décidé à retrancher tout ce que j'avais écrit sur cette matière, pour en composer un *Traité* séparé que je me propose de livrer dans peu de temps à l'impression.

Je n'ai rien dit sur la *perspective aérienne*, parce que les notions que l'on a jusqu'à présent sur cette science ne sauraient encore former un corps complet de doctrine, et que l'on trouvera dans l'extrait des *Leçons inédites* de Monge, par M. Brisson, tout ce que l'on peut présenter d'exact à cet égard.

Enfin, je n'ai point parlé de ce que les artistes appellent la *perspective de sentiment*, parce que tout ce qui se rapporte à l'art de la peinture est entièrement étranger à la *perspective linéaire*, dont l'unique but est de donner des méthodes géométriques pour représenter, avec une entière précision, les objets dont la forme peut être exactement définie.

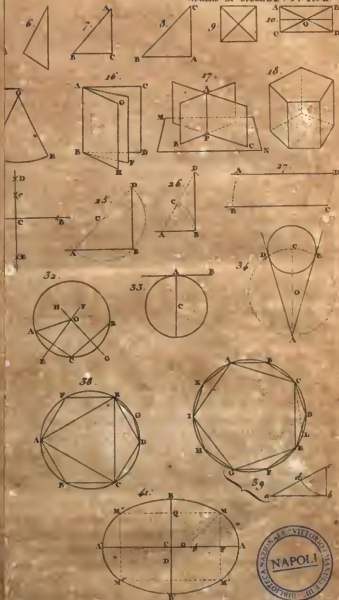
Cette analyse suffit pour donner une idée précise de la nature de ce *Traité* et de la tâche que je me suis imposée en le faisant. Je ne dois pas me flatter de l'avoir entièrement remplie: car, lors même que l'on a suivi, dans la composition d'un ouvrage du genre de celui-ci, la marche la plus convenable, il peut y rester des défauts, que les avis des personnes éclairées et l'épreuve de l'impression font plus tard apercevoir à l'auteur; mais j'espère que ce travail pourra être utile aux artistes; et je ne négligerai rien pour le perfectionner, par la suite, autant qu'il sera en mon pouvoir.

ERRATA.

N. B. La lettre *R* indique qu'il faut compter de bas en haut, ou en remontant.

Pages.	Lignes.	Fautes.	Corrections.
5	8	les cercles inscrits et circonscrits,	les cercles inscrits et circonscrit.
8	9 R	les côtés <i>AB</i> , <i>CD</i> ,	les côtés <i>AC</i> , <i>BD</i> .
12	16	les deux diamètres <i>AC</i> , <i>AD</i> ,	les deux diamètres <i>AC</i> , <i>BD</i> .
25	2	des points <i>D</i> , <i>E</i> ,	des points <i>D</i> , <i>F</i> .
31	2 R	l'angle <i>ced</i> ,	l'angle <i>Ced</i> .
38	19	les points <i>A</i> et <i>C</i> ,	les points <i>A</i> et <i>G</i> .
<i>Ibid.</i>	20	des droites <i>AC</i> et <i>BF</i> ,	des droites <i>AG</i> et <i>BF</i> .
39	3 R	menez <i>aq</i> ,	menez <i>ay</i> .
40	12 R	les triangles <i>aobgc</i> ,	les triangles <i>aob</i> , <i>bgc</i> .
41	1	ces objets,	cet objet.
44	1 R	entre <i>oq</i> et <i>ql</i> ,	entre <i>oq</i> et <i>ol</i> .
49	15	une seconde droite <i>hD</i> ,	une seconde droite <i>hD</i> .
<i>Ibid.</i>	24	les droites <i>HD</i> et <i>hD</i> ,	les droites <i>HD</i> et <i>hD</i> .
64	3 R	parallèle à <i>ab</i> ,	parallèle à <i>ac</i> .
<i>Ibid.</i>	2 R	cette même droite <i>ab</i> ,	cette même droite <i>ac</i> .
76	10 R	déterminez en <i>a-1</i> la profondeur,	déterminez en <i>a-1</i> la profondeur.
82	16 R	et <i>aL</i> ,	et <i>aL</i> .
88	9 R	Et un point,	En un point.
90	5 R	perpendiculaires à <i>ED</i> ,	perpendiculaire à <i>ED</i> .
105	3 R	la première à <i>CC</i> ,	la première à <i>CC</i> .
116	2 R	la droite <i>GE</i> ,	la droite <i>GE</i> .
133	1	les points <i>u</i> , <i>v</i> et <i>z</i> ,	les points <i>x</i> , <i>v</i> et <i>z</i> .
152	21	par le point <i>8</i> et le point <i>E</i> ; on fait	par le point <i>8</i> et le point <i>E</i> on fait
		passer une droite,	passer une droite.
155	2	la seconde au point <i>E</i> ,	la seconde au point <i>E</i> .
157	17	au point <i>c</i> ,	au point <i>c</i> .
168	1	le plan des rayons,	le cylindre des rayons.
<i>Ibid.</i>	12 R	par la méthode,	par les méthodes.
169	16 R	étant construites,	mettez après ces mots le renvoi de la note 2.
170	11 R	par les points lumineux,	par le point lumineux.
172		le plan horizontal (<i>o, HHP</i>),	mettez partout le plan horizontal (<i>o' HHP</i>).
176	3 R	les droites <i>a'-b</i> à,	les droites <i>a'-b</i> et.

OBSERVATION. — Les numéros placés entre deux parenthèses indiquent les articles auxquels on doit recourir pour l'intelligence des opérations ou des démonstrations. Les numéros placés aussi entre deux parenthèses, et précédés des lettres *N. G.*, indiquent des articles des Notions de géométrie.





NOTIONS DE GÉOMÉTRIE.



1. L'étendue a trois dimensions, que l'on désigne sous les noms de *longueur*, *largeur* et *profondeur*, *épaisseur*, ou *hauteur*.

Un corps ne peut exister sans réunir ces trois dimensions; mais il n'est distinct de l'espace indéfini que parce qu'il a des limites; et ces limites, qui n'offrent qu'une étendue en longueur et largeur sans épaisseur, sont des *surfaces*.

Quand un corps présente plusieurs faces, chacune a, dans le lieu où elle se joint à une autre, ses limites, qui n'ont ni épaisseur ni largeur, et qu'on nomme *lignes*.

Enfin ces dernières ont elles-mêmes, aux endroits où elles se rencontrent, leurs limites ou leurs extrémités, qui n'ont ni épaisseur, ni largeur, ni longueur, et que l'on appelle *points*.

2. La *ligne droite* est la ligne la plus courte que l'on puisse mener d'un point à un autre.

Toute ligne qui n'est ni droite ni composée de lignes droites est une *ligne courbe*.

3. On nomme *plan* ou *surface plane* toute surface sur laquelle une ligne droite peut être appliquée exactement dans tous les sens.

Toute surface qui n'est ni plane ni composée de surfaces planes est une *surface courbe*.

4. Lorsque deux lignes droites AB , AC , se rencontrent ou se coupent en un point A (fig. 1), elles comprennent entre elles un espace qui demeure indéfini dans le sens BC par la possibilité que l'on a de concevoir ces droites elles-mêmes indéfiniment prolongées dans ce sens, mais qui est cependant rendu distinct de tout le reste de son plan par les limites AB , AC , et qui peut, sous ce rapport, être comparé à tout autre espace de même nature. Cet espace s'appelle *angle*; le point de rencontre ou d'intersection A en est le *sommet*, et les droites AB , AC , en sont les *côtés*.

L'angle se désigne d'ordinaire par trois lettres BAC ou CAB , la lettre du sommet étant au milieu; mais, toutes les fois que cela ne peut occasionner d'incertitude, on le désigne par la seule lettre du sommet.

5. Lorsqu'une ligne droite AE (fig. 1) rencontre une autre droite CD , de telle sorte que les deux angles adjacents, DAE , EAC , soient égaux entre eux, chacun de ces angles s'appelle un *angle droit*, et la ligne AE est dite *perpendiculaire* sur CD .

Tout angle BAC plus petit qu'un angle droit est un *angle aigu*, et tout angle BAD plus grand qu'un angle droit est un *angle obtus*.

Lorsque deux droites CD , EF (fig. 1), se coupent à angles droits, et qu'une troisième ligne BG fait avec chacune d'elles des angles demi-droits, si l'on mène une quatrième droite HL perpendiculaire à BG , cette droite fait pareillement des angles demi-droits avec chacune des deux premières CD , EF .

6. Toute droite qui fait avec une autre droite un angle aigu ou obtus est dite *oblique* par rapport à cette *seconde droite*.

La perpendiculaire abaissée d'un point sur une droite est plus courte que toute autre ligne menée de ce point à cette droite; et par cette raison on dit qu'elle mesure la vraie distance du point à la droite.

7. Deux lignes droites sont dites *parallèles*, lorsque, étant situées dans le même plan, elles ne peuvent se rencontrer, à quelque distance qu'on les prolonge l'une et l'autre.

Toutes les fois que deux droites AB , CD (fig. 2), sont perpendiculaires à une troisième droite EF , elles sont parallèles.

Réciproquement, si deux droites AB , CD , sont parallèles, et que l'on mène une droite EF perpendiculaire à l'une d'elles, cette droite sera aussi perpendiculaire à l'autre.

Deux droites parallèles, AB , CD , sont partout également distantes; c'est-à-dire que, si, par deux points pris à volonté on mène deux droites GH , LM , perpendiculaires sur AB , et par conséquent aussi sur CD , ces droites seront égales.

Lorsque deux angles ACB , DEF (fig. 3), situés ou non situés dans un même plan, ont leurs côtés parallèles et dirigés dans le même sens, ces angles sont *égaux*.

8. On donne le nom de *figure plane* à tout plan terminé de toutes parts par des lignes, et celui de *figure rectiligne* ou de *polygone* à toute figure plané dont le contour ou *périmètre* est entièrement formé de lignes droites.

Le polygone de trois côtés est le plus simple de tous, on l'appelle *triangle*; celui de quatre côtés s'appelle *quadrilatère*; celui de cinq, *pentagone*; celui de six, *hexagone*, etc.

9. On appelle *triangle équilatéral* celui qui a ses trois côtés égaux (fig. 4.); *triangle isocèle*, celui dont deux côtés seulement sont égaux (fig. 5); *triangle scalène*, celui qui a tous ses côtés inégaux (fig. 6); *triangle rectangle*, celui qui a un angle droit (fig. 7), et dans ce dernier on donne le nom d'*hypoténuse* au côté AB opposé à l'angle droit.

Lorsqu'un triangle BAC (fig. 8), rectangle en A , est isocèle, c'est-à-dire a ses deux côtés AB , AC , égaux entre eux, l'hypoténuse BC fait des angles demi-droits avec chacun de ces côtés; et réciproquement lorsque deux droites AB , AC , se coupent à angle droit, si l'on mène une droite BC qui fasse avec l'une d'elles un angle demi-droit, cette ligne fait aussi avec l'autre un angle demi-droit, et coupe sur ces deux droites des parties AB , AC , égales entre elles.

10. On dit que deux triangles et en général deux polygones sont *semblables* lorsqu'ils ont leurs angles égaux chacun à chacun, et que de plus leurs côtés *homologues* ou correspondants sont deux à deux dans le même rapport.

Tels sont deux triangles qui ont leurs côtés parallèles chacun à chacun.

11. Parmi les quadrilatères, on distingue

Le *carré*, qui a ses côtés égaux et ses angles droits (fig. 9);

Le *rectangle*, qui a ses angles droits sans avoir ses côtés égaux (fig. 10);

Le *parallélogramme*, qui a ses côtés opposés parallèles (fig. 11);

Le *losange*, qui a ses côtés égaux sans que ses angles soient droits (fig. 12);

Enfin, le *trapèze*, dont deux côtés seulement sont parallèles (fig. 13).

Dans le parallélogramme, les côtés opposés sont égaux ainsi que les angles opposés.

Un parallélogramme devient un rectangle lorsqu'il a deux côtés adjacents perpendiculaires l'un à l'autre; un carré, lorsque les deux côtés adjacents perpendiculaires l'un à l'autre sont de plus égaux entre eux; un losange, lorsque deux côtés adjacents, sans être perpendiculaires l'un à l'autre, sont égaux entre eux.

12. On appelle *diagonale* toute ligne qui, dans un polygone, joint les sommets de deux angles non adjacents à un même côté.

Dans le parallélogramme et dans le rectangle, les deux diagonales se coupent en parties égales, en sorte qu'on a les longueurs OA , OB (fig. 10 et 11), respecti-

vement égales à OD , et OC ; et, de plus, si par le point d'intersection O on mène une parallèle aux deux côtés opposés AB , CD , cette parallèle divise les deux autres côtés AC , BD , chacun en deux parties égales.

Dans le losange et le carré, les diagonales se coupent en parties égales, et de plus à angle droit (fig. 9 et 12).

13. La *circonférence de cercle* est une ligne courbe dont tous les points sont également distants d'un point intérieur qu'on appelle *centre*.

Le *cercle* est l'espace terminé par cette ligne courbe.

On dit que deux cercles ou deux circonférences sont *concentriques* lorsqu'ils ont le même centre.

Toute droite CA , CD , CE (fig. 14), menée du centre à la circonférence, s'appelle *rayon*.

Toute droite comme AB , qui passe par le centre et qui est terminée de part et d'autre à la circonférence, s'appelle *diamètre*.

On appelle *arc* une portion de circonférence telle que DFE ; et *corde* ou *sous-tendante* de l'arc, la droite qui joint ses deux extrémités.

On appelle *tangente* une ligne droite qui n'a qu'un point de commun avec la circonférence.

On dit qu'un polygone est *inscrit dans un cercle*, quand tous ses sommets sont sur la circonférence; et *circonscrit à un cercle*, quand tous ses côtés sont des tangentes à la circonférence.

14. Si des sommets de deux angles O et C (fig. 15) on décrit deux arcs de cercle du même rayon, le rapport des arcs compris entre les côtés de chaque angle sera le même que celui de ces angles; c'est-à-dire que si l'arc DE est égal à l'arc AB , l'angle DOE sera pareillement égal à l'angle ACB ; que si l'arc DE est les deux tiers de l'arc AB , l'angle DOE sera pareillement les deux tiers de l'angle ACB , etc.

D'après cette propriété, il est naturel d'employer à la mesure relative des angles les arcs de cercle compris entre leurs côtés, et décrits de leurs sommets comme centres. C'est en effet ce qui a lieu dans les constructions géométriques; mais afin de rendre cette mesure indépendante de la grandeur des rayons de ces arcs et d'un usage plus commode, on se sert, pour évaluer les angles, d'un *rapporteur*, instrument qui consiste en une demi-circonférence divisée en cent quatre-vingts parties égales que l'on nomme degrés, et l'on exprime la grandeur d'un angle par le nombre de ces degrés qui se trouve compris entre ses côtés, lorsqu'on a fait coïncider le centre avec son sommet; et comme l'espace angulaire qui répond aux cent quatre-

vingts degrés de la demi-circonférence est de deux angles droits, l'angle droit est de 90 degrés, que l'on note ainsi 90° , et l'angle demi-droit est de 45° .

15. Un polygone qui a en même temps ses angles égaux et ses côtés égaux est un *polygone régulier*.

Le triangle équilatéral est le polygone régulier de trois côtés, et le carré celui de quatre.

Tout polygone régulier peut être inscrit dans le cercle, et peut lui être circonscrit.

Les cercles inscrits et circonscrits à un même polygone régulier ont leurs centres au même point, et l'on dit que ce point est le *centre du polygone*.

16. L'intersection de deux plans est une ligne droite.

Par une ligne droite AB (fig. 16) on peut faire passer une infinité de plans différents, AH , AF , AD , etc.; car un plan peut toujours tourner autour d'une droite tirée par deux de ses points, et prendre ainsi une infinité de positions différentes, sans que les points de cette droite changent de place; mais on conçoit que ce plan s'arrêtera, si on fixe hors de cette droite un point par lequel il doit passer; et il résulte de là que trois points non en ligne droite, et par conséquent aussi deux droites qui se coupent, déterminent entièrement la position d'un plan.

Pour que deux droites soient parallèles, il faut, d'après la définition, qu'elles soient situées dans un même plan (7), et par conséquent deux droites parallèles déterminent aussi la position d'un plan : mais il est essentiel d'observer que, dans l'espace, deux droites peuvent ne pas se rencontrer sans être parallèles, et que deux droites peuvent être perpendiculaires à une troisième sans être parallèles; car alors on peut mener par un seul point autant de perpendiculaires à une même droite que l'on peut faire passer de plans par cette droite, c'est-à-dire une infinité.

Par l'angle de deux droites non situées dans un même plan, on entend l'angle que ferait l'une de ces droites avec une parallèle à l'autre menée par un de ses points.

17. Une ligne droite est *perpendiculaire à un plan* lorsqu'elle est perpendiculaire à toutes les droites qui passent par son pied dans ce plan. Réciproquement alors le plan est perpendiculaire à la droite.

Le *pied* de la perpendiculaire est le point où cette ligne rencontre le plan.

18. Une ligne droite est *parallèle à un plan* lorsqu'elle ne peut le rencontrer, à quelque distance qu'on les prolonge l'un et l'autre.

19. Deux plans sont *parallèles* entre eux lorsqu'ils ne peuvent se rencontrer, à quelque distance qu'on les prolonge l'un et l'autre.

Deux plans perpendiculaires à une même droite sont parallèles; et réciproquement, lorsque deux plans sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'un d'eux est en même temps perpendiculaire à l'autre.

Deux plans parallèles sont partout à égale distance.

20. Lorsque deux plans, AH , AD (fig. 16), se coupent, l'espace qu'ils comprennent, considéré entre ces limites, peut, quoique indéfini dans les autres sens, être comparé à tout autre espace terminé de la même manière. Cet espace, qui est à l'égard des plans ce que l'angle est à l'égard des droites, constitue l'*angle de ces plans*, et en mesure l'inclinaison; on le nomme *angle dièdre*. La droite AB en est l'*arête*, et les plans AH , AD , en sont les *faces*.

Si par un point quelconque de l'arête AB d'un angle dièdre, et dans chacune de ses faces AH , AD , on mène les droites AG , AC , perpendiculaires à cette arête; et si l'on conçoit ensuite que le plan AH , tournant autour de AB , se rapproche ou s'éloigne du plan AD , de manière que l'angle de ces plans augmente ou diminue dans un certain rapport, la droite AG , sans cesser d'être perpendiculaire à AB , s'approchera ou s'éloignera de la droite AC , et l'angle de ces droites augmentera ou diminuera dans le même rapport que celui des plans.

Il résulte de là que la mesure naturelle d'un angle dièdre est l'angle linéaire formé par deux droites menées dans chacune de ses faces, perpendiculairement à son arête, et par un même point de cette arête; et que par conséquent la donnée de cet angle est celle qu'il convient d'employer lorsque l'on veut faire connaître la position respective de deux plans.

21. Un angle dièdre peut avoir pour mesure un angle linéaire aigu, droit, ou obtus; dans le second cas, si l'on prolonge les plans qui le forment dans tous les sens, chacun de ces plans n'inclinera d'aucun côté vers l'autre, et l'on dira qu'ils sont *perpendiculaires* l'un à l'autre.

Si une droite AP est perpendiculaire à un plan MN (fig. 17), tout plan APB ou APC conduit suivant AP sera perpendiculaire au plan MN .

22. On appelle *projection* d'un point sur un plan le pied de la perpendiculaire abaissée de ce point sur ce plan.

Si de tous les points d'une ligne située d'une manière quelconque dans l'espace, on abaisse des perpendiculaires sur un plan donné de position, les pieds de ces

perpendiculaires sur ce plan détermineront une seconde ligne qui sera dite la *projection* de la première.

La projection d'une ligne droite sur un plan quelconque est une ligne droite.

La projection sur un plan d'une droite perpendiculaire à ce plan se réduit à un point, qui est le pied de cette perpendiculaire.

La projection sur un plan d'une figure tracée sur un second plan perpendiculaire au premier se réduit à une ligne droite qui est la commune intersection de ces deux plans.

Lorsque la figure projetée est située dans un plan parallèle à celui qui reçoit la projection, la figure projetée et sa projection sont égales.

Les projections sur un même plan de plusieurs droites parallèles sont des droites aussi parallèles.

23. On appelle *ligne verticale* toute ligne qui suit la direction d'un fil à plomb ;

Plan vertical, tout plan conduit suivant une ligne verticale ;

Plan horizontal, tout plan qui est perpendiculaire ou qui peut être perpendiculaire à une ligne verticale ;

Plan incliné, tout plan qui n'est ni vertical ni horizontal ;

Ligne horizontale, toute ligne qui est comprise ou qui peut être comprise dans un plan horizontal, quelle que soit d'ailleurs sa direction dans ce plan ;

Ligne inclinée, toute ligne qui n'est ni verticale ni horizontale.

24. On appelle *corps polyèdre*, ou simplement *polyèdre*, tout solide terminé de toutes parts par des faces planes.

25. Le *prisme* est un solide qui a deux faces opposées, égales et parallèles, qu'on nomme *bases*, et dont toutes les autres faces sont des parallélogrammes (fig. 18).

Les arêtes latérales d'un prisme sont toutes d'égale longueur.

On dit qu'un prisme est *droit* ou *oblique*, selon que ses arêtes sont ou non perpendiculaires sur sa base.

La *hauteur* d'un prisme est la distance de ses bases parallèles, ou la perpendiculaire abaissée de l'un des points de la base supérieure sur le plan de la base inférieure.

26. Le prisme qui a pour base un parallélogramme a toutes ses faces parallélogrammiques, et deux à deux égales et parallèles ; on le nomme *parallélepipède* (fig. 19).

Le parallélepipède est *rectangle* lorsque toutes ses faces sont des rectangles.

On donne au parallélépipède rectangle le nom de *cube* lorsque toutes ses faces sont des carrés.

27. Une *pyramide* est un solide compris sous plusieurs plans triangulaires qui partent d'un même point S (fig. 20), et qui se terminent aux différents côtés d'un même plan polygonal $ABCDE$.

Le polygone $ABCDE$ est la *base* de la pyramide, et le point S en est le *sommet*.

La *hauteur* d'une pyramide est la perpendiculaire SP abaissée du sommet sur le plan de la base prolongé s'il est nécessaire.

Une pyramide est *régulière* lorsque sa base est un polygone régulier, et qu'en même temps la perpendiculaire abaissée du sommet sur le plan de la base passe par le centre de cette base; cette ligne s'appelle alors l'axe de la pyramide.

28. La *sphère* est un solide compris sous une surface courbe dont tous les points sont également distants d'un point intérieur qu'on appelle centre.

On peut regarder ce solide comme engendré par un demi-cercle AMB tournant autour de son diamètre AB (fig. 21), et sa surface comme engendrée par le mouvement de la demi-circconférence AMB tournant autour du même diamètre.

On nomme *rayon* d'une sphère toute droite menée du centre à la surface, et *diamètre* toute droite qui passe par le centre et qui est terminée de part et d'autre à la surface.

Toute section de la sphère par un plan est un cercle; et l'on nomme grand cercle la section qui passe par le centre, comme MN ; et petit cercle la section qui n'y passe pas, comme PQ .

29. Le *cylindre droit à base circulaire* (fig. 22) est le solide qu'engendrerait un rectangle $ABCD$, si, tournant autour d'un de ses côtés CD , il laissait dans l'espace la trace de toutes les positions qu'il y occuperait successivement.

Ce solide a pour bases deux cercles égaux et parallèles décrits par les côtés AC , BD , du rectangle générateur, pour hauteur on pour axe la droite qui joint les centres de ces bases; et si on le coupe en un endroit quelconque par un plan perpendiculaire à son axe, et par conséquent parallèle à ses bases, on obtient pour section un cercle de même grandeur que ces bases.

30. Le *cône droit à base circulaire* (fig. 23) est le solide qu'engendrerait un triangle rectangle ASB tournant autour de l'un des côtés de l'angle droit.

Ce solide a pour base un cercle décrit par le côté AB du triangle générateur, pour sommet ou pour centre le point S , pour hauteur ou pour axe la droite SB

qui joint le sommet au centre de la base; et si on le coupe par un plan perpendiculaire à son axe et par conséquent parallèle à sa base, on obtient pour section un cercle d'autant plus petit qu'il est plus rapproché du sommet.

31. On comprend sous le nom général de *surfaces cylindriques* les surfaces courbes engendrées par le mouvement d'une droite assujettie à rester parallèle à une droite donnée et à passer successivement par tous les points d'une courbe que l'on nomme *directrice de la surface*; et sous le nom de *surfaces coniques*, les surfaces engendrées par le mouvement d'une droite assujettie à passer par un point fixe, qui est le *centre de la surface*, et à s'appuyer constamment sur une courbe que l'on nomme encore *directrice*. Dans chacune de ces classes de surfaces, la droite qui les produit par son mouvement porte le nom de *génératrice*.

32. PROBLÈME PREMIER. *Diviser la droite donnée AB en deux parties égales.* (Fig. 24.)

Des points *A* et *B*, comme centres, avec un rayon plus grand que la moitié de *AB*, décrivez deux arcs qui se coupent en *D*; le point *D* sera également éloigné des points *A* et *B*: marquez de même au-dessus ou au-dessous de *AB* un second point *E* ou *e* également distant de ces deux extrémités, et par les points *D* et *E* ou *D* et *e* menez la droite *DE*; cette droite sera perpendiculaire sur *AB*, et la divisera en deux parties égales au point *C*.

33. PROBLÈME II. *Par un point C, donné sur une droite AB, élever une perpendiculaire à cette droite.* (Fig. 24.)

Prenez sur *AB* les deux points *A* et *B* équidistants du point donné *C*; marquez comme au problème précédent un point *D* équidistant des extrémités *A* et *B*, et menez la droite *CD*; cette droite sera la perpendiculaire demandée.

34. PROBLÈME III. *D'un point D, donné hors d'une droite AB, abaisser une perpendiculaire sur cette droite.* (Fig. 24.)

Du point *D*, comme centre, et d'un rayon suffisamment grand, décrivez un arc de cercle qui coupe la droite *AB* aux deux points *A* et *B*; marquez au-dessus ou au-dessous de *AB* un point *E* ou *e* équidistant des extrémités *A* et *B*, et par *D* et *E* ou *D* et *e* menez la droite *DE*; cette droite sera la perpendiculaire demandée.

35. PROBLÈME IV. *Par l'extrémité B d'une droite AB que l'on ne peut prolonger, mener une perpendiculaire à cette droite.*

Première construction (fig. 25). D'un point arbitraire *C* hors de la ligne *AB*, et

du rayon CB , décrivez une portion de circonférence qui coupera la droite AB en un second point A ; menez AC prolongée jusqu'à la circonférence en D , et tirez DB ; cette droite sera la perpendiculaire demandée.

Deuxième construction (fig. 26). D'un point A pris à volonté sur AB , et du rayon AB , décrivez l'arc BC ; faites BC égal à AB ; de C , comme centre, et du même rayon, décrivez un arc de cercle; menez AC jusqu'à la rencontre de ce second arc en D , et tirez DB ; cette droite sera la perpendiculaire demandée.

56. PROBLÈME V. *Par un point donné A , mener une parallèle à une droite donnée BC .* (Fig. 27.)

De A , comme centre, avec un rayon suffisamment grand, décrivez l'arc CD qui coupe la droite BC au point C ; de C , comme centre, et du même rayon, décrivez l'arc AB ; faites CD égal à AB , et menez AD ; cette droite sera la parallèle demandée.

57. PROBLÈME VI. *Diviser un arc ou un angle donné en deux parties égales.* (Fig. 28.)

1° Soit l'arc AB qu'il faut diviser en deux parties égales. Marquez un point D équidistant des deux extrémités A et B , et, par ce point et le centre, menez la droite CD ; cette droite divisera l'arc AB en deux parties égales au point E .

2° Soit l'angle C qu'il faut diviser en deux parties égales. Du sommet C , comme centre, et d'un rayon arbitraire, décrivez l'arc AB , et achevez la construction comme il vient d'être indiqué; la droite CD divisera l'angle ACB en deux parties égales.

58. PROBLÈME VII. *En un point donné A d'une droite AB , faire un angle égal à un angle donné C .* (Fig. 29.)

Du point C , comme centre, et d'un rayon arbitraire, décrivez l'arc EF ; du point A , et du même rayon, décrivez l'arc DG ; faites DG égal à EF , et menez la droite AG ; l'angle BAG sera l'angle demandé.

59. PROBLÈME VIII. *Étant donnés deux côtés adjacents AB , AC d'un parallélogramme et l'angle qu'ils comprennent, construire le parallélogramme.* (Fig. 30.)

Décrivez deux arcs de cercle, l'un de C comme centre, et d'un rayon égal à AB , l'autre de B comme centre, et d'un rayon égal à AC ; du point D où ces deux arcs se coupent, menez les droites DC et DB ; la figure $ABCD$ sera le parallélogramme demandé.

Remarque. Si l'angle donné est droit, la figure sera un rectangle; si de plus les

côtés donnés sont égaux, la figure sera un carré; enfin si les côtés donnés sont égaux sans que l'angle donné soit droit, la figure sera un losange.

40. PROBLÈME IX. *Étant donné le côté AB d'un triangle équilatéral, construire le triangle.* (Fig. 31.)

Des points A et B , comme centres, avec un rayon égal à AB , décrivez deux arcs de cercle qui se coupent en C ; menez CA et CB ; ACB sera le triangle demandé.

41. PROBLÈME X. 1° *Trouver le centre d'une circonférence; 2° par trois points donnés faire passer une circonférence.* (Fig. 32.)

1° Sur la circonférence donnée, prenez trois points à volonté A, C, B ; menez les droites AC, CB ; sur les milieux de ces droites élevez les perpendiculaires EF, GH (n° 32, probl. 1); ces perpendiculaires se couperont en un point O , qui sera le centre cherché.

2° Si A, C, B sont les trois points par lesquels il faut faire passer une circonférence, déterminez le point O comme il vient d'être indiqué, et la circonférence décrite de ce point comme centre, avec OA comme rayon, sera la circonférence demandée.

Remarque. Si les trois points donnés étaient en ligne droite, les perpendiculaires EF et GH deviendraient parallèles, ce qui annoncerait l'impossibilité de résoudre alors le problème.

42. PROBLÈME XI. *Par un point donné mener une tangente à une circonférence donnée.*

Si le point donné A est sur la circonférence (fig. 33), menez le rayon CA et la droite AB perpendiculaire à l'extrémité de ce rayon; cette droite sera la tangente demandée.

Si le point donné A est hors du cercle (fig. 34), joignez ce point au centre C ; du milieu O de la droite CA et d'un rayon égal à OC , décrivez une circonférence; par le point A et chacun des points d'intersection D, E de cette circonférence avec la circonférence donnée, menez les droites AD, AE ; chacune de ces droites sera tangente à la circonférence C .

43. PROBLÈME XII. *Partager une droite donnée en un nombre déterminé de parties égales ou de parties qui aient entre elles des rapports donnés.*

Première construction. S'il faut diviser la ligne AB (fig. 35) en cinq parties égales, menez par l'extrémité A de cette ligne AB une droite quelconque AE ; sur cette droite, et de A en C , portez cinq fois, bout à bout d'elle-même, une grandeur arbi-

traire AD ; joignez les points C et B , et par tous les points de division de AE menez des parallèles à CB ; la droite AB sera divisée par ces parallèles en cinq parties égales. Et s'il faut diviser la droite AB en cinq parties qui aient entre elles des rapports donnés, menez de même à volonté la droite AE ; portez sur cette droite et bout à bout les unes des autres cinq parties qui aient entre elles les rapports donnés, et achevez la construction comme il vient d'être indiqué.

Deuxième construction. Sur la ligne à diviser AB (fig. 56), décrivez un triangle équilatéral (40); à partir du sommet C , et sur l'un des côtés CB ou CA , portez, bout à bout les unes des autres, un nombre suffisant de parties qui aient entre elles les rapports de celles dans lesquelles la droite AB doit être divisée. Faites CE égale à CF ; vous aurez EF pareillement égale à CF ; portez sur EF toutes les divisions de CF , et des points 1, 2, etc., ainsi déterminés menez des droites au point A ; la droite AB sera divisée par ces droites suivant les conditions requises.

44. PROBLÈME XIII. *Inscrire dans le cercle le carré et les polygones réguliers de 8, 16, 32, etc. côtés.* (Fig. 37.)

Par le centre O menez à angles droits les deux diamètres AC , BD ; menez les cordes AB , BC , CD , DA ; la figure $ABCD$ sera le carré inscrit.

Divisez chacun des arcs AB , BC , etc., en deux parties égales (37), et menez les cordes de ces divisions comme AE et DE ; vous formerez le polygone régulier de huit côtés ou l'octogone inscrit.

Continuez à subdiviser les arcs de la même manière, et vous construirez les polygones réguliers inscrits de 16, 32, etc. côtés.

45. PROBLÈME XIV. *Inscrire dans le cercle les polygones réguliers de 3, 6, 12, 24, etc. côtés.* (Fig. 38.)

Portez le rayon six fois sur la circonférence, ce qui vous ramènera au point d'où vous serez parti, et joignez deux à deux les points de division; vous aurez l'hexagone inscrit $ABCDEF$.

Menez AC , CE , EA ; vous aurez le triangle équilatéral inscrit ACE .

Divisez chacun des arcs AB , BC , etc., en deux parties égales, et menez les cordes de ces divisions comme EG et GD ; vous formerez le dodécagone inscrit.

Continuez à subdiviser les arcs de la même manière, et vous formerez successivement les polygones de 24, 48, 96, etc. côtés.

46. PROBLÈME XV. *Inscrire dans le cercle les polygones réguliers de 5, 10, 20 etc. côtés, et ceux de 15, 30, etc. côtés.* (Fig. 39.)

Prenez ab égale au rayon du cercle; à l'extrémité b élevez sur ab une perpendi-

culaire be égale à la moitié de cette ligne; de c , comme centre avec cb comme rayon, décrivez l'arc bd ; menez la droite ac qui coupe cet arc en d , et ad sera le côté du décagone inscrit, de sorte que, le portant dix fois sur la circonférence, vous serez ramené au point d'où vous serez parti.

Le décagone $ABCDEFGHIK$ étant construit, joignez les sommets de deux en deux, vous construirez le pentagone régulier inscrit.

Opérez ensuite comme aux deux problèmes précédents, et vous formerez successivement les polygones inscrits de 20, 40, 80, etc. côtés.

CD étant le côté du décagone inscrit, prenez CL égale au rayon et menez la corde DL ; elle sera le côté du pentadécagone ou polygone régulier inscrit de quinze côtés, et par le moyen de ce polygone vous pourrez construire successivement ceux de 30, 60, etc. côtés.

Remarque. L'inscription des polygones réguliers dans le cercle revenant à la division de la circonférence en un certain nombre de parties égales, les constructions indiquées dans les trois derniers problèmes donnent le moyen de diviser la circonférence en un nombre de parties égales, marqué par l'un des termes de ces suites : 4, 8, 16, etc.; 3, 6, 12, etc.; 5, 10, 20, etc.; 15, 30, 60, etc.

47. *De la description de l'ellipse.* — L'ellipse est une courbe fermée, plus longue dans un sens que dans l'autre, et caractérisée par cette propriété que la somme des distances de chacun de ses points à deux points fixes F et F' , situés dans son intérieur, soit égale à une quantité constante. (Fig. 40.) Les deux points fixes F, F' sont les foyers de l'ellipse; la droite $A'A$, menée par ces points, en est le grand axe; le point C , milieu de la distance $A'A$, en est le centre; la droite $B'B$, menée par le point C , perpendiculairement à $A'A$, en est le petit axe; et toute autre droite $D'D$, menée par le même point C , en est un diamètre.

Les procédés que l'on peut employer avec le plus d'avantage pour décrire l'ellipse quand on connaît ses deux axes se réduisent à quatre, que nous allons successivement indiquer.

1° De l'une des extrémités B ou B' du petit axe (fig. 40), et d'un rayon égal au demi-grand axe, on marque sur ce grand axe $A'A$ les deux points F, F' : ces deux points équidistants du centre sont les foyers. On fixe à ces foyers les extrémités d'un fil d'une longueur égale au grand axe $A'A$; on tend ce fil par le moyen d'un style que l'on fait glisser de manière que le fil reste toujours tendu, et la courbe se trouve tracée quand la révolution est achevée.

2° Ayant déterminé comme précédemment les foyers F et F' , on prend du point A' (fig. 40) une longueur quelconque $A'K$ sur l'axe $A'A$. Du point F' , comme centre, avec un rayon égal à $A'K$, on décrit un arc de cercle; et du point F , comme centre, avec

AK pour rayon, on décrit un autre arc de cercle. Le point *M*, où ces deux arcs se coupent, appartient à l'ellipse.

En décrivant les arcs de cercle au-dessus et au-dessous de l'axe, on obtient à chaque opération deux points de l'ellipse, et l'on en obtient quatre quand on porte successivement la même ouverture de compas à chacun des deux foyers.

3°. On prend, à partir de *A* (fig. 41), sur le grand axe *A'A*, une longueur *Ab* égale au demi-petit axe *CB*. D'un point quelconque *D*, pris sur le petit axe *BB'*, et d'un rayon égal à la différence *Cb* des deux demi-axes, on décrit un arc de cercle qui coupe *A'A* en *O*. Par les points *O* et *D* on mène la droite *OD*, et l'on prend la longueur *DM* égale au demi-grand axe *CA* ou *CA'*. Le point *M* est à l'ellipse.

On peut marquer sur une règle ou sur une bande de papier les points *D*, *O* et *M*, de telle sorte que *DO* soit égal à *Cb*, et *DM* à *CA*, et déterminer ensuite les différents points de la courbe, en faisant mouvoir successivement cette règle dans chacun des angles *BCA*, *ACB'*, *A'CB*, *A'CB'*, de manière que les points *D* et *O* soient constamment sur les deux axes, et marquant sur le papier, à chaque position de la règle, le point qui répond à l'extrémité *M*.

4°. Du point *C* comme centre, et avec des rayons égaux aux deux demi-axes *CA* et *CB* (fig. 42), on décrit deux circonférences. On mène un rayon quelconque *CNM*; on abaisse du point *M* une perpendiculaire *MP* sur l'axe *CA*; on mène *NQ* parallèle à *CA*; et le point *Q*, ainsi déterminé, appartient à l'ellipse.

Remarque. Lorsque l'on a construit un quart de l'ellipse par l'un ou l'autre des deux procédés qui viennent d'être indiqués en dernier lieu, on peut construire les trois autres quarts en menant par chaque point tel que *M* (fig. 41) deux droites *MPM'*, *MQM''*; l'une perpendiculaire, et l'autre parallèle à l'axe *A'A*, prenant les longueurs *M'P*, *M''Q* respectivement égales à *MP* et *MQ*, et achevant le rectangle *MM'M''M'*.

TRAITE

DE

PERSPECTIVE LINEAIRE.

CHAPITRE PREMIER.

NOTIONS, DÉFINITIONS ET PRINCIPES.

1. Lorsque les mêmes objets sont successivement envisagés sous différents aspects, ils produisent sur la vue des impressions différentes, tant sous le rapport de leur forme et de leurs dimensions, que sous celui des couleurs et des différentes teintes qu'ils réfléchissent. On ne peut donc entreprendre de représenter un objet quelconque qu'après avoir déterminé l'aspect sous lequel on doit l'envisager, et la position que l'on doit occuper pour en tracer l'image. Cela posé, concevons une surface transparente, telle qu'un verre, placée entre l'œil et les objets que l'on veut représenter; si de tous les points de ces objets on imagine des rayons dirigés vers l'œil, et que ces rayons, en traversant la surface transparente, y laissent chacun leurs traces empreintes de la couleur et de la teinte propres aux points dont ils partent, l'ensemble de ces traces formera sur le verre la représentation complète des objets, et produira sur la vue la même impression qu'ils feraient eux-mêmes; autant toutefois que ces objets, l'image et l'œil conserveront les situations respectives qui leur auront été d'abord assignées.

C'est cette représentation que l'on nomme *représentation perspective*, et que l'on se propose d'obtenir dans l'art de la *perspective*, qui consiste par conséquent à re-

Chaque fois qu'un corps est éclairé, tous les points de ce corps renvoient en ligne droite, et dans une infinité de directions, la lumière qu'ils reçoivent, et c'est par celles de ces lignes de lumière qui viennent aboutir à notre œil que nous recevons la perception des objets; or les rayons dont nous parlons ici, et que dans la suite nous noterons quelquefois *rayons visuels*, ne sont autre chose que ces rayons lumineux ainsi réfléchis par tous les points des objets proposés.

présenter sur un tableau dont la forme et la position sont connues des objets également donnés de forme et de position tels qu'ils paraîtraient à un œil dont la position serait aussi déterminée.

2. Cet art se partage en deux parties distinctes; l'une est purement géométrique, et son objet est de déterminer d'une manière précise sur le tableau la position qu'y doit occuper chaque point représenté, afin d'en déduire le contour des objets à représenter; l'autre a pour objet la recherche du coloris et de la teinte d'ombre que l'on doit donner à chaque partie des objets représentés. Cette dernière partie a reçu le nom de *perspective aérienne*, et l'on désigne la première sous celui de *perspective linéaire*.

Nous ne parlerons dans ce Traité que de la perspective linéaire.

3. Prise dans toute sa généralité, la perspective donne les moyens de représenter avec précision les objets sur toute espèce de surface, et par conséquent lors même que le tableau est une surface courbe quelconque; mais, pour nous borner à ce qui est d'une utilité fréquente dans les arts, nous ne nous occuperons dans ce Traité que de ce qui concerne les perspectives à tracer sur des surfaces planes.

De plus, nous supposerons que le plan du tableau soit vertical, cette supposition étant conforme à ce qui a le plus habituellement lieu dans la pratique.

4. Nous appellerons *point original*, *ligne originale*, *figure originale*, et en général *objet original*, le point, la ligne, la figure ou l'objet placé ou supposé placé derrière le tableau et dont on se proposera d'obtenir la perspective, et nous donnerons le nom de *plan original* à tout plan dans lequel seront situés en totalité ou en partie les points, les lignes ou les figures originales.

5. En outre, comme, pour définir la position des objets dans l'espace, il faut nécessairement rapporter cette position à quelques autres objets distincts, et qui soient eux-mêmes connus de position, nous rapporterons d'ordinaire la position des objets originaux au tableau et à un même plan horizontal, et nous donnerons à ce dernier plan le nom de *plan principal*, et à son intersection avec le plan du tableau, le nom de *base du tableau*.

6. Nous appellerons *plan oblique* tout plan original vertical qui ne sera ni perpendiculaire, ni parallèle au tableau, et *ligne oblique* toute ligne horizontale qui ne sera de même ni perpendiculaire, ni parallèle au tableau.

* La surface du tableau est courbe lorsqu'il s'agit de décorer l'intérieur d'un édifice voûté.

7. Nous donnerons au pied de la perpendiculaire abaissée de l'œil sur le plan du tableau le nom de *point principal*, ou de *centre du tableau*^{*}; et par *distance de l'œil au tableau*, *distance principale*, ou quelquefois, pour abrégé, par *distance*, nous entendrons la longueur de cette perpendiculaire.

8. Lorsque l'on veut donner à connaître d'une manière exacte la forme et les proportions d'un corps, ou les situations respectives de différentes lignes de l'espace, on représente le contour de ce corps, ou l'ensemble de ces lignes, par le moyen de deux ou de trois projections que l'on suppose faites d'ordinaire, l'une sur un plan horizontal, et les autres sur des plans verticaux.

La première de ces projections revient à ce que les architectes ont coutume de désigner sous le nom de *plan géométral*, ou simplement de *plan*, et les deux autres à ce qu'ils nomment *élévation géométrale* et *coupe géométrale*.

9. La représentation d'un corps par le moyen de ses projections est appelée *représentation géométrale*.

Par analogie nous appellerons aussi *figure géométrale* toute figure plane dessinée dans sa forme et dans ses proportions exactes.

10. Des notions qui ont été établies au commencement de ce chapitre il résulte que, lorsque l'on veut tracer la perspective linéaire d'un objet quelconque, tout se réduit à construire les points de rencontre des rayons dirigés des différents points de ces objets vers l'œil avec le plan du tableau supposé placé entre ce même objet et l'œil.

Partant de cette considération, nous examinerons ici les différentes positions que peuvent occuper, par rapport au tableau, les plans originaux et les lignes originales, afin de rechercher ce qui résulte de chacune de ces positions à l'égard des perspectives de ces lignes et de celles des points situés dans ces plans, et de déduire de là des règles à l'aide desquelles on puisse ensuite déterminer ces perspectives sans autre donné que la connaissance des situations respectives des objets originaux de l'œil et du tableau.

11. Soient deux lignes AT , AM (fig. 1), l'une verticale et l'autre horizontale, considérées comme les sections du tableau et du plan principal par un même plan vertical passant par l'œil situé en O ; et soit menée par O une parallèle à AM jusques à la rencontre de AT en C .

Si l'on marque sur l'horizontale AM des divisions égales AE , EF , FG , et que

^{*} Ce point est celui que la plupart des auteurs désignent sous le nom de *point de vue*.

des points E, F, G on mène à l'œil les rayons EO, FO, GO , les intersections de ces rayons avec AT s'élèveront progressivement au-dessus de A , mais de manière qu'elles resteront néanmoins toujours situées au-dessous de C ; et l'on trouvera en même temps pour les apparences des divisions égales AE, EF, FG , sur la verticale AT , des parties Ae, ef, fg , qui décroîtront de telle sorte que, quelque nombre de divisions que l'on prit sur AM , la hauteur qu'occuperaient sur AT les apparences de toutes ces divisions serait toujours effectivement moindre que AC , et pourrait tout au plus être amenée à ne pas différer de cette dernière d'une quantité sensible.

12. Cela posé, soit OP le spectateur et O l'œil (fig. 2), soit LLT le tableau, et soit MNM' un plan horizontal que l'on peut supposer d'abord être le plan principal, en sorte que LL soit la base du tableau (5)¹.

Si, de plusieurs points pris à volonté dans le plan MM' , et à différentes distances de la ligne LL , comme E, F, G , on conçoit des rayons dirigés vers l'œil, comme EO, FO, GO , il est visible, d'après ce que nous venons de dire, que plus ces points seront éloignés de LL , plus les intersections de ces rayons avec le tableau s'élèveront au-dessus de cette même ligne, mais que néanmoins ces intersections seront toujours situées au-dessous du niveau de l'œil; que par conséquent si sur le tableau on trace à la hauteur de l'œil une ligne III' parallèle à la base LL , tous les points situés sur le plan MM' auront leurs apparences ou leurs perspectives au-dessous de cette ligne; et qu'en même temps, si l'on conçoit ce plan indéfiniment partagé en bandes égales par des parallèles à la ligne LL , les perspectives de ces bandes occuperont sur le tableau des espaces dont les hauteurs décroîtront progressivement de telle sorte que, quelque nombre de ces bandes que l'on considérât, l'espace qu'occuperaient leurs perspectives ne s'élèverait jamais au-dessus de la ligne III' , quoiqu'il pût être amené jusqu'à une limite que ne différerait pas sensiblement de cette ligne.

D'ailleurs il est visible que ce raisonnement étant indépendant de la hauteur de l'œil au-dessus du plan MM' , serait applicable à tout plan horizontal autre que le plan principal, pourvu que ce plan fût situé au-dessous du niveau de l'œil.

En outre, il est visible encore que, si l'on considérât un plan horizontal quelconque situé au-dessus du niveau de l'œil, on reconnaîtrait par un raisonnement analogue que tous les points situés dans ce plan devraient avoir leurs perspectives dans la partie du tableau située au-dessus de la ligne III' .

Done enfin la perspective du plan principal et les perspectives de tous les

¹ On doit, dans cette figure et dans les figures 4, 6, 7 et 14, concevoir les plans MNM' et LLT perpendiculaires l'un à l'autre, et tous deux partie en avant et partie en arrière du plan de la planche dans lequel on peut imaginer que le spectateur est situé.

plans horizontaux ont pour limite commune une droite tracée sur le tableau parallèlement à sa base, et à une distance de cette base égale à la hauteur de l'œil au-dessus du plan principal, ou; en d'autres termes, la droite qui résulte de la section du tableau par un plan horizontal passant par l'œil.

13. On nomme cette ligne, *ligne d'horizon*, ou simplement *horizon*.

Remarque I. Le point principal est toujours sur la ligne d'horizon.

Remarque II. Il résulte de ce qui vient d'être dit que, si l'on avait à représenter un terrain uni et qui se prolongeât indéfiniment, la ligne d'horizon serait précisément sur le tableau la perspective de l'horizon du spectateur, c'est-à-dire de cette ligne circulaire suivant laquelle il verrait le ciel et la terre se réunir, comme il arrive lorsque l'on est au milieu d'une vaste plaine; et de là vient que l'on désigne quelquefois la partie du tableau comprise entre sa base et la ligne d'horizon sous le nom de *terrain perspectif*.

14. Soit maintenant AT la section du tableau par un plan vertical passant par l'œil situé en O (fig. 3); soient AM , NG , $N'G'$ et OFF' , les intersections respectives de ce même plan vertical avec le plan principal, et avec trois plans inclinés parallèles entre eux, dont le dernier passe par l'œil, et dont le premier soit supposé couper le plan principal suivant une ligne parallèle à la base du tableau; et soit enfin AC égale à OP , la hauteur de la ligne d'horizon dans le tableau.

Il est visible que si, de plusieurs points de la ligne NG , on mène des rayons à l'œil, les intersections de ces rayons avec la trace AT du tableau seront toujours situées au-dessous du point F , dont elles s'approcheront indéfiniment à mesure que les points que l'on considérera sur la ligne NG seront plus éloignés de l'œil; et que si, de plusieurs points de la ligne $N'G'$, on mène des rayons à l'œil, les intersections de ces rayons avec la trace AT du tableau seront toujours situées au contraire au-dessus du point F , dont elles s'approcheront aussi indéfiniment à mesure que les points que l'on considérera sur la ligne $N'G'$ seront plus éloignés de l'œil.

15. D'après cela, soit $LL'T'$ (fig. 4) le tableau, MM' le plan principal, O l'œil, HH' la section du tableau par un plan horizontal passant par l'œil, c'est-à-dire la ligne d'horizon; et soient NG , $N'G'$, deux plans originaux parallèles entre eux, dont le premier soit toujours supposé couper le plan principal suivant une ligne parallèle à la base du tableau.

Si l'on conçoit par l'œil un plan OFF' parallèle aux plans NG , $N'G'$, ce plan

* Par perspective d'un plan original, nous entendons ici l'ensemble des perspectives des points, des lignes et des figures situées dans ce plan original indéfiniment prolongé.

coupera le plan du tableau suivant une ligne FF' , parallèle à l'horizon et située au-dessus de cette ligne; et tous les points du plan NG auront leurs perspectives dans la partie du tableau située au-dessous de la ligne FF' , tandis que tous les points du plan $N'G'$ auront leurs perspectives dans la partie du tableau située au-dessus de cette même droite.

D'ailleurs il est clair que la même chose aura encore lieu pour deux plans originaux, parallèles entre eux et dirigés comme le montrent les figures 5 et 6, dont les différentes parties ont même acception que celles qui sont désignées par les mêmes lettres aux deux précédentes, et qu'il n'y aura d'autre modification à ce qui vient d'être dit qu'en ce que la commune intersection du tableau et du plan mené par l'œil parallèlement à ces plans originaux se trouvera située au-dessous de la ligne d'horizon à laquelle elle sera toujours parallèle.

16. Or, si, pour plus de généralité, l'on cesse enfin de supposer que le plan original NG (fig. 4) coupe le plan principal suivant une ligne parallèle à la base du tableau, on sera encore conduit à des remarques analogues. En effet, les rayons dirigés des différents points de ce plan vers l'œil tendant de même que précédemment à lui devenir parallèles à mesure que les points que l'on considérera sur ce plan seront plus éloignés de l'œil, sans que l'on puisse jamais rendre ce parallélisme absolu, les intersections de ces rayons avec le tableau, ou les perspectives des points du plan NG , s'approcheront encore indéfiniment d'une limite qu'elles ne pourront atteindre ou du moins dépasser, limite qui, étant formée des traces sur le tableau de tous les rayons visuels parallèles au plan NG , ne sera autre chose que la ligne qui résulterait de l'intersection du tableau et d'un plan mené par l'œil parallèlement à ce plan original, et demeurera par conséquent la même pour tous les plans originaux qui lui seront parallèles; en sorte qu'il n'y aura d'autre changement à ce qui a été dit dans l'article précédent qu'en ce que cette commune limite ne sera plus parallèle à la ligne d'horizon.

Mais il est à remarquer toutefois que tout ce que l'on vient de dire ne saurait s'étendre au cas où les plans originaux que l'on considérerait seraient parallèles au tableau, puisque si on menait par l'œil un plan qui leur fût parallèle, ce plan serait aussi parallèle au tableau, et que d'ailleurs il est visible, indépendamment de cette considération, que les perspectives de ces plans ne pourraient être comprises dans une portion limitée du tableau, et s'étendraient indéfiniment si on les prolongeait eux-mêmes indéfiniment.

Donc enfin les perspectives d'un système de plans originaux parallèles entre eux et non parallèles au tableau ont pour limite commune la ligne

qui résulterait de la section du tableau par un plan mené par l'œil parallèlement à tous ces plans originaux.

17. On donne à cette section du tableau par un plan mené par l'œil parallèlement à un plan original, le nom de *ligne de fuite* ou *ligne d'évanouissement* de ce plan original.

D'après cette définition, la ligne de fuite d'un plan original est toujours parallèle à la commune intersection de ce plan et du tableau.

Remarque. La ligne d'horizon est la ligne de fuite des plans horizontaux.

18. On appelle *centre* d'une ligne de fuite, le pied de la perpendiculaire abaissée de l'œil sur cette ligne de fuite.

Remarque. Le centre du tableau ou point principal est le centre de la ligne de fuite des plans horizontaux.

19. Par *distance* d'une ligne de fuite, on entend la longueur de la perpendiculaire abaissée de l'œil sur cette ligne de fuite.

20. Concevons actuellement que l'on observe une droite originale quelconque; la perspective de cette droite sera formée des traces sur le tableau de tous les rayons dirigés des différents points de cette droite vers l'œil, et sera par conséquent la ligne qui résulterait de l'intersection du tableau et du plan mené par cette même droite et l'œil: or cette intersection ne peut être qu'une ligne droite (N. G. 16); donc *la perspective d'une ligne droite est toujours une ligne droite* ¹.

21. Cela posé, soit encore $LL'T$ le tableau (fig. 7), MM' le plan principal, O l'œil: et soit une ligne AB , comprise dans un plan APB parallèle au tableau, dont on cherche la perspective.

Cette perspective, étant dans le plan du tableau, ne pourra rencontrer la ligne AB qui est située dans un plan parallèle à celui-ci; mais elle sera comprise aussi tout entière dans le plan des rayons dirigés des différents points de la ligne AB vers l'œil: donc elle sera parallèle à cette ligne (N. G. 7); et de là résultent ces principes:

¹ Il faudrait en excepter cependant le cas où la droite originale, étant prolongée, passerait par l'œil; car alors sa perspective se réduirait à un point.

1° *La perspective d'une ligne parallèle au tableau est parallèle à son originale.*

2° *Toutes les lignes parallèles entre elles et au tableau ont leurs perspectives aussi parallèles entre elles.*

3° *Les lignes verticales ont leurs perspectives perpendiculaires à la base du tableau, et par conséquent aussi à la ligne d'horizon.*

4° *Les lignes horizontales et parallèles au tableau ont leurs perspectives parallèles à la base du tableau, et par conséquent parallèles aussi à la ligne d'horizon.*

22. Supposons maintenant que l'on ait à représenter une suite d'arbres disposés suivant une ligne horizontale parallèle au tableau, et dont les hauteurs soient parfaitement égales; en sorte que leurs sommets soient aussi sur une même ligne horizontale parallèle à la première.

Les deux lignes déterminées, l'une par les pieds de ces arbres, l'autre par leurs sommets, devront avoir leurs perspectives parallèles entre elles et à la ligne d'horizon (21); et les perspectives de ces mêmes arbres, devant être perpendiculaires à la ligne d'horizon (21), et devant se trouver en même temps comprises entre ces deux parallèles, seront toutes égales entre elles.

23. Mais que l'on suppose un même arbre placé d'abord immédiatement contre le tableau en MN (fig. 8), puis transporté successivement sur le même terrain horizontal, et dans la direction du même rayon visuel OR , en PQ , ST , etc.; la perspective de cet arbre décroîtra à mesure qu'il s'éloignera de l'œil, et deviendra successivement pq , st , etc., ses extrémités inférieure et supérieure ne pouvant jamais se trouver la première au-dessus, la seconde au-dessous de la ligne d'horizon (13); de sorte que si cet arbre est enfin transporté à une distance suffisamment grande, sa perspective n'aura plus de hauteur sensible, et se réduira à un point situé sur la ligne d'horizon, à son intersection r avec la verticale MN .

24. Ces préliminaires établis, que l'on ait à représenter une allée d'arbres d'égale hauteur disposés sur deux rangées perpendiculaires au tableau, et soit $IABK$ (fig. 9) la section de cette allée par un plan horizontal passant par l'œil, AB étant l'intersection de ce plan et du tableau, c'est-à-dire la ligne d'horizon, et A, C, E , etc., d'une part, B, D, F , etc., de l'autre, étant les lieux des arbres disposés aux mêmes intervalles que dans la fig. 8.

L'intervalle CD se représentera en cd , l'intervalle EF en ef , et ainsi de suite; de sorte que si l'allée se prolonge jusqu'à une distance suffisamment grande, les per-

spectives des deux derniers arbres ne seront plus séparées par aucun intervalle sensible; mais les perspectives des points D , E , etc., ne pourront jamais se trouver à gauche du point où l'horizon AB serait rencontré par un rayon mené de l'œil parallèlement aux lignes AI , BK , et les perspectives des points C , E , etc., ne pourront jamais se trouver à droite de ce point de rencontre : donc, lorsque l'on sera parvenu à deux arbres assez éloignés pour que leurs perspectives se confondent, ces arbres ne pourront se représenter l'un et l'autre que suivant la verticale élevée dans le tableau par ce même point de rencontre r .

D'ailleurs, les perspectives des deux arbres situées en C et D auront chacune la même hauteur qu'elles auraient si ces arbres étaient placés en 1; les perspectives des deux arbres situés en E et F auront chacune la même hauteur qu'elles auraient si ces arbres étaient placés en 2, et ainsi de suite; donc en même temps que les perspectives des deux derniers arbres se confondront suivant la verticale élevée dans le tableau par r , elles se réduiront chacune à un point situé sur la ligne d'horizon; donc enfin les perspectives des lignes inférieure et supérieure de chaque rangée se réuniront en un même point, comme on le voit représenté dans la figure 10, où, pour rendre tout ce qu'on vient de lire plus sensible, nous avons indiqué la dégradation perspective des arbres et de leurs intervalles, en prenant les distances AB , cd , ef , etc., égales aux distances AB , cd , ef , etc., de la figure 9, et les hauteurs AM , AN , cp , cq , etc., égales aux hauteurs rM , rN , rp , rq , etc., de la fig. 8: de plus, le point de concours de ces perspectives sera situé à la rencontre de la ligne d'horizon et d'un rayon mené de l'œil perpendiculairement à cette ligne, et sera par conséquent le point principal.

Mais ce fait remarquable n'est que la conséquence d'un autre plus général; et si l'on conçoit une allée plantée d'arbres, disposés sur deux rangées parallèles entre elles, mais non perpendiculaires au tableau, et dont la section par un plan horizontal passant par l'œil soit telle qu'il est indiqué à la figure 11, on reconnaîtra, en reprenant le raisonnement que l'on vient de suivre, que les perspectives des différentes lignes de cette allée devront se réunir en un point situé à la rencontre de la ligne d'horizon et d'un rayon mené de l'œil et parallèle à ces lignes.

D'ailleurs, bien que nous ayons supposé les rangées d'arbres à représenter situées de part et d'autre du rayon horizontal mené de l'œil, et parallèle à leur direction, cette circonstance pourrait cesser d'avoir lieu sans que les conséquences précédentes se trouvassent infirmées; car, en supposant deux rangées MN , mn (fig. 12), situées d'un même côté du point r où le tableau serait rencontré par ce rayon, on pourrait concevoir deux autres rangées PQ , pq , situées à droite de ce point, comme les premières le seraient à gauche; alors les deux rangées MN , PQ , rentreraient dans le cas que l'on vient d'examiner; il en serait de même des rangées mn et pq , et les dif-

férentes lignes de ces rangées devraient par conséquent encore avoir leurs perspectives dirigées au point r .

Enfin il est aisé de reconnaître que si l'on substituait aux arbres que nous avons supposé que l'on eût à représenter, et à leur section par un plan horizontal passant par l'œil, des hauteurs verticales disposées d'une manière analogue entre des lignes inclinées parallèles entre elles, et la section de ces hauteurs verticales par un plan mené par l'œil parallèlement à ces lignes, on serait conduit à des remarques entièrement semblables à celles que nous venons de développer. Donc :

Toutes les lignes horizontales parallèles entre elles et non parallèles au tableau ont leurs perspectives dirigées à un même point de la ligne d'horizon.

Le point de concours des perspectives des lignes horizontales perpendiculaires au tableau est le point principal.

Le point de concours des perspectives d'un système des lignes horizontales, parallèles entre elles, et qui ne sont ni parallèles ni perpendiculaires au tableau, est le point où l'horizon serait rencontré par un rayon mené de l'œil, et parallèle à ces lignes.

Et plus généralement :

Toutes les lignes parallèles entre elles et non parallèles au tableau, quelle que soit leur direction, ont leurs perspectives dirigées à un même point du tableau.

Le point de concours des perspectives d'un système de lignes parallèles entre elles et non parallèles au tableau est le point où le tableau serait rencontré par un rayon mené de l'œil et parallèle à ces lignes¹.

¹ Les considérations que je viens de présenter dans ces trois derniers articles me paraissent être les plus simples que l'on puisse choisir lorsque l'on veut, comme je me le suis proposé, établir les principes nécessaires à la pratique de la perspective linéaire, en ne se fondant que sur des observations faciles à vérifier dans la nature; mais on peut donner de ces principes deux autres démonstrations, toutes deux plus susceptibles de satisfaire les lecteurs accoutumés à la précision des théorèmes de géométrie.

D'abord il est clair que tout se réduit à prouver la légitimité des deux derniers principes énoncés ci-dessus, puisque ceux qui précèdent n'en sont évidemment que des corollaires faciles à déduire.

Cela posé, soit, comme aux figures 2, 4, 6 et 7, LIT le tableau, MM' le plan principal ou tout autre plan horizontal, O l'œil; et soit AB une ligne de direction quelconque projetée sur le plan MM' suivant AP , dont on cherche la perspective. (Fig. 15.)

Si l'on conçoit un rayon de l'œil au point A , et que ce rayon se meuve de manière à parcourir successivement les différents points de la ligne AB , l'intersection de ce rayon avec le tableau s'approchera indéfiniment du point où le tableau serait rencontré par un rayon mené de l'œil parallèlement à AB , comme OrR ; et il résulte de là que l'on pourra toujours prendre sur la ligne AB , indéfiniment prolongée, un point assez éloigné pour que sa perspective ne

25. Le point de concours des perspectives d'un système de lignes parallèles entre elles est appelé *point de fuite* ou *point évanouissant* de ces lignes, et les lignes perspectives qui se dirigent vers un point évanouissant sont appelées quelquefois *lignes évanouissantes* ou *fuyantes*.

Remarque. Des deux derniers principes énoncés ci-dessus, et de la définition que nous avons donnée à l'article 17, il résulte évidemment que toutes les lignes situées dans un même plan original ont leurs points évanouissants dans la ligne de fuite de ce plan.

26. Lorsqu'une ligne horizontale fait avec le tableau un angle demi-droit ou de 45° , le rayon mené de l'œil et parallèle à cette ligne rencontre aussi la ligne d'horizon sous un angle demi-droit; mais soit rr' l'horizon (fig. 13), O l'œil et C le point principal déterminé par la perpendiculaire abaissée de O sur rr' ; si l'on mène deux droites Or et Or' , telles que les angles OrC , $Or'C$ soient chacun de 45° , chacune des distances Cr et Cr' sera égale à la longueur de la perpendiculaire CO . Donc:

Toutes lignes horizontales qui font un angle demi-droit avec le tableau ont leurs perspectives dirigées à l'un des deux points situés sur la ligne d'horizon, à une distance du point principal égale à celle de ce dernier point à l'œil.

27. On donne à ces deux points évanouissants le nom de *points de distance*.*

28. Tout étant encore établi comme aux figures 2, 4, 6 et 7, soit AB (fig. 14) une ligne inclinée, AR sa perspective, R son point évanouissant; si l'on joint le point R à l'œil O , la ligne OR sera parallèle à AB (24); et par suite, si l'on projette les lignes AB

diffère pas sensiblement du point r ; mais si l'on considère une seconde ligne CD parallèle à la première, le rayon OR lui sera aussi parallèle; la perspective de cette ligne tendra donc aussi vers le point r ; les perspectives des deux lignes AB et CD se réuniront donc en ce point.

Autrement encore, la perspective de la ligne AB n'est autre chose que l'intersection du tableau et d'un plan conduit par l'œil et la ligne AB , comme QSE ; mais si par O on mène une parallèle à la ligne AB , cette parallèle sera comprise tout entière dans ce plan; le point r où elle rencontrera le tableau appartiendra donc à la perspective de AB ; or si l'on considère une seconde ligne CD parallèle à AB , la ligne OR lui sera aussi parallèle; le point r appartiendra donc aussi à la perspective de cette seconde ligne, les perspectives des deux lignes AB et CD se réuniront donc en ce point.

* Plusieurs auteurs donnent aux points évanouissants autres que le point principal et les points de distance, le nom de *points accidentels*, et désignent les points évanouissants situés hors de l'horizon sous le nom de *points accidentels terrestres* ou *aériens*, suivant qu'ils sont au-dessus ou au-dessous de cette ligne.

et OR , l'une sur le plan horizontal MM' , l'autre sur un plan horizontal passant par l'œil, les deux projections Ab et Or seront parallèles, en sorte que le point r où la ligne Or rencontrera l'horizon sera le point évanouissant de la ligne Ab ; mais Or étant la projection de OR , la ligne Rr sera perpendiculaire au plan horizontal passant par l'œil, et par conséquent aussi à la ligne d'horizon HH' . Donc :

Toute ligne inclinée, non parallèle au tableau, a son point évanouissant sur la perpendiculaire à l'horizon, menée par le point évanouissant de sa projection sur le plan principal ou sur tout autre plan horizontal.

Remarque. Il résulte de là que toute ligne inclinée, dont la projection horizontale est perpendiculaire au tableau, a son point évanouissant sur la perpendiculaire à l'horizon menée par le point principal.

29. Soit enfin AB (fig. 16) une ligne originale supposée parallèle au tableau, et soit ab sa perspective, qui; d'après ce que nous avons démontré à l'article 21, lui sera parallèle; si l'on divise l'originale AB en un certain nombre de parties égales BC , CD , DE , etc., et que des points A , B , C , etc., on mène à l'œil O les rayons AO , BO , CO , etc., la perspective ab sera divisée en parties égales aux points c , d , e , etc.; et plus généralement si l'on divise l'originale AB d'une manière quelconque, et que des points de division on mène des rayons à l'œil, la perspective ab sera divisée par ces rayons en parties qui auront entre elles les mêmes rapports que leurs originales¹. Mais que l'on conçoive par un même point deux lignes parallèles au tableau, l'angle de leurs perspectives sera égal à l'angle qu'elles feront entre elles, puisque ces deux angles auront leurs côtés parallèles chacun à chacun. Cela posé, si l'on prend sur ces droites, à partir de leur point d'intersection, deux parties égales, les perspectives de ces parties seront égales entre elles; car si l'on joignait les extrémités des parties originales par une troisième droite, on formerait un triangle isocèle, et la perspective de ce triangle serait elle-même un triangle isocèle, puisque les angles de cette perspective seraient respectivement égaux à ceux du triangle original. Or il résulte visiblement de là et de ce que nous avons dit en premier lieu dans cet article, que les perspectives de plusieurs lignes situées dans un même plan parallèle au tableau, ont entre elles les mêmes rapports que leurs originales; d'ailleurs de ce que dans deux figures les lignes homologues font entre elles des angles égaux et sont deux à deux dans le même rapport, il suit que ces deux figures sont semblables. Donc enfin toute figure tracée sur un plan parallèle au tableau a pour perspec-

¹ C'est ce qui résulte d'un théorème de géométrie que nous avons déjà supposé, et ce que l'on peut reconnaître sans le secours de ce théorème, à l'aide d'une figure tracée avec exactitude.

tive une figure qui lui est semblable quant à la forme, et qui n'en diffère que par la grandeur *.

Remarque. Il suit de ces dernières considérations que si l'on avait à représenter deux édifices d'égaies dimensions, situés sur une même ligne parallèle au tableau, ou une statue sur le haut d'une colonne, il faudrait donner aux perspectives de ces édifices des dimensions égales, et à cette statue la même hauteur qu'elle aurait si elle était placée au pied de cette colonne. Or ceci semble d'abord contraire à ce principe d'optique démontré chaque jour par l'expérience, que les objets exposés de la même manière à notre vue paraissent d'autant plus petits qu'ils sont plus éloignés de nous; mais cette contradiction apparente disparaît lorsque l'on réfléchit que, si l'on a déterminé sur le tableau deux grandeurs égales ab et cd (fig. 17) pour les perspectives de deux grandeurs originales AB et CD , aussi égales entre elles et situées sur une même parallèle au tableau, la perspective ab étant plus voisine de l'œil que cd , sera vue plus grande que celle-ci, de la même manière et dans le même rapport que la grandeur originale AB serait vue plus grande que CD .

* C'est ce qui se trouve encore démontré par cet autre théorème de géométrie, *Toute section faite dans une pyramide par un plan parallèle à sa base est semblable à cette base*; car, d'après ce que nous avons dit à l'article 10, la perspective d'une figure quelconque n'est autre chose que la section faite par le plan du tableau dans une pyramide dont le sommet est à l'œil et qui a pour base cette figure.

CHAPITRE II.

DU CHOIX DE LA DISTANCE LORSQUE LE POINT DE VUE N'EST PAS DÉTERMINÉ.

50. D'après les notions qui ont été établies au commencement du chapitre précédent, toute perspective ne peut produire une illusion complète, c'est-à-dire paraître absolument conforme aux objets que l'on s'est proposé de représenter, qu'autant qu'elle est observée du point où le peintre s'est supposé lui-même pour examiner et représenter ces objets; et, par conséquent, lorsque l'on trace une perspective destinée à être vue d'un point déterminé, comme celles des théâtres et celles qui sont destinées à décorer des plafonds ou des intérieurs, il ne faut, pour déterminer le point principal et les points de distance, que se reporter aux définitions qui ont été données ci-dessus (7 et 27). Mais la plupart des tableaux n'étant pas destinés à être vus d'un lieu fixe et unique, il convient de rechercher s'il est quelques considérations d'après lesquelles on puisse généralement se guider dans le choix de ces points; toutefois, comme nous ne nous sommes proposé de traiter dans cet ouvrage que la partie géométrique de la perspective, nous nous bornerons ici à quelques observations relatives au choix de la distance, et nous nous abstiendrons de parler de tout ce qui, ne pouvant être assujéti à des règles précises, reste soumis au goût et au sentiment particulier de l'artiste.

51. Lorsque l'on trace une perspective pour laquelle le point de vue n'est pas déterminé, on ne doit pas supposer la distance de l'œil au tableau sensiblement différente de celle à laquelle on se placera lorsque l'on voudra observer et juger cette perspective; car autrement, comme elle serait vue d'un point différent de celui pour lequel elle aurait été traitée, elle pourrait paraître fautive, bien qu'elle fût exactement tracée. Or l'espace que la vue peut embrasser de manière que l'on reçoive instantanément de tous les objets qui s'y trouvent renfermés une sensation suffisamment distincte, a pour limite la surface d'un cône droit à base circulaire, dont le sommet est à l'œil, et dans lequel l'angle compris entre l'axe et le côté est de 45° ; en sorte que la partie d'un objet déterminé que l'on peut apercevoir distinctement, et d'un coup d'œil, d'un point aussi déterminé, dépend non seulement de la distance de ce point

à cet objet, mais encore de la direction que suit l'axe de ce cône, que nous désignerons ici sous le nom d'*axe optique*.

Cela posé, lorsque la surface du tableau est plane et verticale, on la suppose d'ordinaire placée parallèlement à l'horizontale qui passerait par les deux yeux du spectateur; et comme, toutes les fois que nous examinons naturellement et sans effort les objets exposés à notre vue, l'axe optique suit une direction horizontale, et se trouve perpendiculaire à la ligne aussi horizontale qui passe par nos deux yeux, le tableau est alors perpendiculaire à l'axe optique, en sorte que le point principal est le point où il est rencontré par cet axe.

Mais soit AB une ligne quelconque menée dans le tableau par le point principal C (fig. 18), et soit O l'œil. Si l'on mène les rayons AO , BO , de telle sorte que les angles AOC , BOC , soient chacun de 45° , les distances AC , BC , seront chacune égales à CO ; la partie du tableau qui pourra être vue distinctement aura donc pour limite une circonférence de cercle décrite de C comme centre, et d'un rayon égal à CO . Or il suit de là que, pour juger de l'effet d'un tableau, on doit se placer à une distance du plan de ce tableau au moins égale à la plus grande ligne que l'on puisse mener de son centre à son contour; et par conséquent $ABDE$ étant le tableau, et C le point principal (fig. 19); si l'on cherche la plus grande ligne qu'il soit possible de mener du point C aux différents points A , B , D , E , et qu'avec cette plus grande ligne comme rayon on décrive une demi-circonférence, les points où cette demi-circonférence coupera la ligne d'horizon prolongée seront les points de distance les plus rapprochés du point principal que l'on pourra choisir.

32. A la vérité on doit convenir qu'une perspective pour laquelle on aurait pris une semblable distance serait susceptible de produire encore dans quelques unes de ses parties un effet peu agréable; aussi les artistes sont-ils dans l'usage d'en prendre une plus considérable. Je pense que pour que la dégradation des objets ne fût en même temps ni trop rapide, ni trop peu sentie, il serait convenable de la prendre le plus généralement double de celle que l'on aurait ainsi trouvée et qu'il faudrait éviter qu'elle en devint triple; mais je suis loin de donner cette opinion comme établissant une règle invariable, et je crois que ce serait induire les artistes en erreur que de vouloir leur en donner de telle à cet égard.

* La position la plus favorable que l'on puisse choisir pour observer un objet paraît être, pour les vues ordinaires, celle qui rend l'angle compris entre les rayons dirigés des extrémités de cet objet vers l'œil peu différent de 60° . Or la distance $O'C$, double de OC ou de CA (fig. 18), donne l'angle $AO'B$ de 53° ; la distance $O''C$, triple de OC , donne l'angle $AO''B$ de 37° ; et pour que l'angle des rayons extrêmes fût exactement de 60° , il faudrait que l'œil fût à une distance de l'objet AB égale à peu près à sept fois le quart de OC ou de CA .

33. Je n'ajouterais plus qu'une seule réflexion. En déterminant la distance d'après les dimensions du tableau, sans avoir égard à la position du point principal, comme on le pratique d'ordinaire en peinture, on ne saurait toujours obtenir un résultat suffisamment exact; car un tableau de 20 pieds de longueur et de 20 pieds de largeur, dans lequel le point principal est à 5 pieds de hauteur, doit être traité comme une partie d'un tableau de 30 pieds; un tableau de mêmes dimensions, quand le point principal est sur le côté, ne peut plus être regardé que comme une partie d'un tableau de 40 pieds de largeur; et enfin, pour un tableau de 40 pieds sur 20, la distance peut être prise moindre que pour un tableau de 40 pieds dans chaque dimension, même quand le point principal est placé de la même manière dans l'un et dans l'autre, puisque le premier peut être inscrit dans un plus petit cercle que le second.

Au reste, il est aisé de reconnaître que les observations que je viens de présenter ne s'écartent pas beaucoup des idées qui sont généralement reçues; car soit *ABDE* (fig. 20) un tableau de 20 pieds dans chaque dimension; si le point principal est au centre, c'est-à-dire à égale distance des quatre sommets *A, B, D, E*, comme *C*, la plus petite distance sera d'environ 14 pieds, en sorte que la distance moyenne sera de 28 pieds et la plus grande distance de 42 pieds. Si le point principal n'est qu'à 5 pieds de hauteur, mais toujours à égale distance des deux bords du tableau, comme *C'*, la plus courte distance sera de 18 pieds environ, la distance moyenne de 36 pieds et la plus grande distance de 54 pieds. Enfin si le point principal, étant toujours à 5 pieds de hauteur, se trouve sur l'un des bords du tableau, comme *C''*, la plus petite distance sera de 25 pieds, la moyenne de 50 pieds et la plus grande de 75 pieds.

34. Si l'on s'écartait de la supposition d'où nous sommes partis, que le tableau soit perpendiculaire à l'axe optique, on ne pourrait plus se guider par les considérations que nous venons de présenter; mais, comme nous l'avons déjà dit, cela ne saurait avoir lieu que pour des perspectives assujetties à un point de vue unique et déterminé, en sorte qu'il n'y aurait plus de choix à faire à l'égard de la distance, et que le rapport de cette distance aux dimensions du tableau serait même entièrement indifférent pour l'effet de la perspective, qui, dès qu'elle serait tracée avec une suffisante exactitude, ne pourrait manquer de produire sur la vue la même impression que feraient les objets représentés¹.

¹ Nous avons été forcés par la petitesse des planches, et pour ne pas trop en augmenter le nombre, de prendre souvent une distance moindre qu'il n'eût convenu pour l'effet de la perspective; mais lorsque le lecteur aura tracé nos figures avec les distances que nous y avons employées, il ne pourra éprouver aucune difficulté à les tracer avec une distance plus grande.

CHAPITRE III.

PRATIQUE DE LA PERSPECTIVE POUR LES FIGURES SITUÉES DANS DES PLANS HORIZONTAUX ET VERTICAUX, ET POUR LES CORPS ÉLEVÉS VERTICALEMENT SUR LE PLAN PRINCIPAL.

N. B. Nous supposerons, dans tout ce qui va suivre, que l'on ait déterminé le point principal et la distance de l'œil au tableau.

§ 1^{er}. PROBLÈMES GÉNÉRAUX.

35. PROBLÈME I. *Connaissant les perspectives de deux points différens d'une droite originale indéfinie de grandeur, ou son point évanouissant et la perspective de l'un de ses points, ou son point évanouissant et son intersection avec le tableau, trouver sa perspective totale.*

Par les deux points connus on fait passer une droite, cette droite est la perspective demandée.

En effet, dans chacun des trois cas énoncés, les deux points connus appartiennent à cette perspective; car, lorsque l'un de ces points est l'intersection de la ligne originale avec le tableau, ce point est lui-même sa perspective; d'ailleurs, la perspective d'une ligne droite est toujours une ligne droite (20).

36. PROBLÈME II. *Étant donné l'angle qu'une ligne horizontale fait avec le tableau, déterminer le point évanouissant de cette ligne.* (Fig. 21.)

Par le point principal *C* menez *CD* perpendiculaire à la ligne d'horizon *HH'*; prenez sur cette perpendiculaire une longueur *CD* égale à la distance de l'œil au tableau, et par le point *D* menez *DE*, de telle sorte que l'angle *DEC* soit égal à l'angle donné*: le point où la ligne *DE* rencontrera la ligne d'horizon prolongée s'il est nécessaire sera le point évanouissant cherché.

* On suppose que l'angle donné ne soit ni droit ni demi-droit.

* Pour cela, faites au point *D* l'angle *CDE* égal à ce qui resterait si l'on retranchait l'angle donné d'un angle droit; ou bien, en un point quelconque de l'horizon, faites l'angle *ced* égal à l'angle donné, et par *D* menez *DE* parallèle à *de*.

Démonstration. Si l'on conçoit que le triangle CDE tourne autour de CE considérée comme une charnière, jusqu'à ce que son plan devienne horizontal, la ligne CD ne cessera point d'être perpendiculaire à la ligne d'horizon, le point D se confondra avec l'œil, et la ligne DE , faisant toujours le même angle avec l'horizon, deviendra parallèle à l'horizontale proposée : donc la perspective de cette horizontale devra rencontrer l'horizon au point E (24).

Remarque. Si l'on avait mené la droite DE de l'autre côté de la perpendiculaire CD , on aurait trouvé, pour le point évanouissant demandé, un point situé à gauche du point principal, et à une distance de ce point égale à CE . Cette double solution tient à ce que la direction d'une droite horizontale n'est pas suffisamment définie lorsque l'on connaît l'angle qu'elle fait avec le tableau, si l'on ne sait en même temps dans quel sens est tournée l'ouverture de cet angle; mais il est clair qu'il ne saurait en résulter dans les applications aucune incertitude.

37. PROBLÈME III. *Etant donnée la perspective AB d'une ligne horizontale, déterminer le point évanouissant de toutes les droites aussi horizontales qui seraient perpendiculaires à cette ligne, ou qui feraient avec elle un angle donné.* (Fig. 21.)

Prolongez la perspective AB jusques à la ligne d'horizon en E , menez, comme au problème précédent, par le point principal, une perpendiculaire à la ligne d'horizon, prenez sur cette perpendiculaire une longueur CD égale à la distance de l'œil au tableau, joignez le point D au point E , et par D menez DE' perpendiculaire à DE , ou qui fasse avec cette droite un angle égal à l'angle donné; le point où la ligne DE' rencontrera la ligne d'horizon sera le point évanouissant cherché.

Démonstration. Soit menée sur le tableau la ligne AE' ; si le triangle EDE' tournait autour de $E'E$ jusqu'à ce que son plan devint horizontal, le point D se confondrait avec l'œil (36), et les droites DE , DE' , deviendraient respectivement parallèles aux horizontales représentées en AE et AE' (24) : donc l'angle EAE' est la perspective d'un angle égal à l'angle EDE' , et par suite la perspective d'un angle droit, lorsque celui-ci est lui-même droit.

Remarque I. Si la droite DE' a été menée perpendiculaire à DE , comme nous l'avons représenté dans la figure, que l'on divise l'angle de ces droites en deux parties égales par la droite DE'' , et que l'on mène AE'' , chacun des angles $E'AE''$, $E''AE$ sera la perspective d'un angle demi-droit; et par conséquent si l'on cherche le point évanouissant des lignes perpendiculaires à l'originale de AE'' ou à ses parallèles; ce point et le point E'' seront les points évanouissants des deux systèmes de lignes horizontales qui feront des angles demi-droits avec chacune des lignes représentées en AE et AE' , et avec celles qui leur seront parallèles.

Remarque II. Si la perspective donnée était dirigée au point principal, la droite

DE se confondrait avec la perpendiculaire *CD*, et si en même temps l'angle donné était droit, la ligne *DE'* deviendrait parallèle à l'horizon, circonstance qui serait due à ce que les lignes perpendiculaires à l'originale de cette perspective seraient alors parallèles au tableau, et n'auraient plus de point évanouissant.

Remarque III. Si la perspective donnée était dirigée à l'un des points de distance, et si en même temps l'angle donné était droit, on pourrait éviter d'avoir recours à la construction que nous venons d'indiquer, puisqu'il est clair que le point évanouissant cherché serait alors le second point de distance.

Remarque IV. Si la perspective donnée était parallèle à l'horizon, cette construction semblerait être en défaut, mais toute droite qui ferait avec l'originale de cette perspective un angle quelconque donné devant alors faire le même angle avec le tableau, le problème rentrerait dans celui que nous avons traité à l'article précédent; et si cet angle donné était droit ou demi-droit, le point évanouissant cherché serait le point principal ou l'un des points de distance.

38. PROBLÈME IV. *Étant donné le pied a de la perpendiculaire abaissée d'un point du plan principal sur la base du tableau, et la longueur de cette perpendiculaire, trouver la perspective de ce point.* (Fig. 22.)

Prenez sur la base du tableau, à partir de *a*, une longueur *am* égale à celle de la perpendiculaire qui mesure la distance du point original au tableau; menez du point *a* au point principal la ligne *aC*, et du point *m* au point de distance opposé la droite *mD*; le point *o*, intersection de ces deux droites, sera la perspective cherchée.

Démonstration. La perpendiculaire abaissée du point original sur la base du tableau ne peut se représenter qu'en une partie de *aC*, puisqu'elle a pour point évanouissant le point principal, et qu'elle rencontre le tableau au point *a*; mais si l'on menait dans le plan principal une droite indéfinie par le point original et par le point *m* de la base du tableau, cette ligne ferait avec le tableau un angle demi-droit (N. G. 9.), sa perspective totale serait donc *mD*. D'ailleurs la perspective d'une droite contient les perspectives de tous les points de cette droite; la perspective cherchée doit donc se trouver en même temps sur chacune des droites *aC* et *mD*, donc elle ne peut être qu'à leur intersection.

Remarque. On pourrait également obtenir la perspective cherchée, en portant la distance originale *am* de l'autre côté du point *a* en *am'*, et menant, au lieu de la droite *mD*, la droite *m'D'* dirigée au second point de distance.

39. PROBLÈME V. *Trouver, 1° la perspective indéfinie d'une droite parallèle au tableau, et située dans le plan principal à une distance connue de la base du*

tableau; 2° la perspective d'une partie de cette droite déterminée de grandeur. (Fig. 23.)

1° D'un point quelconque a de la base du tableau, menez au point principal C la droite aC , prenez ag égale à la distance connue de la droite originale à la base du tableau, menez gD au point de distance D , et par m , intersection de la droite gD avec aC , menez une parallèle à la ligne d'horizon, cette parallèle sera la perspective indéfinie demandée.

Démonstration. En effet, cette perspective doit être parallèle à la ligne d'horizon (21), d'ailleurs, elle doit passer par le point m , puisque ce point est la perspective d'un point situé dans le plan principal, à la distance ag de la base du tableau, et par conséquent la perspective d'un point de la ligne originale.

2° Par le point m , convenablement déterminé ou choisi pour l'une des extrémités de la partie perspective demandée, et par le point principal, ou par tout autre point de l'horizon, menez une droite Cm prolongée jusqu'à la base du tableau en a , portez la grandeur originale donnée sur la base du tableau en ab , et menez bC ; mn sera la perspective demandée.

Démonstration. Les droites aC et bC étant dirigées à un même point de l'horizon représentent des parallèles, et par conséquent la figure $abmn$ est la perspective d'un parallélogramme; mais les côtés opposés d'un parallélogramme sont égaux; donc en effet mn est la perspective d'une ligne égale à ab .

Remarque. Comme on aurait pu, suivant ce que nous avons dit, se servir pour cette construction de tout point de l'horizon autre que le point principal, si l'on mène par m la droite Dg , que l'on prenne gf égale à ab , et que l'on mène fD , cette droite devra passer par le point n .

40. PROBLÈME VI. *Etant donnée la ligne aC dirigée au point principal pour la perspective indéfinie d'une droite située dans le plan principal et perpendiculaire au tableau; trouver, à partir d'un point déterminé m de cette ligne, la perspective d'une partie de son originale déterminée de grandeur.* (Fig. 24.)

Première construction. Par le point de distance D , et par le point m , menez la droite Dm prolongée jusqu'à la rencontre de la base du tableau en g . Prenez gf , égale à la grandeur originale donnée, et menez fD ; mn sera la perspective demandée.

Démonstration. am est la perspective d'une partie de la droite originale égale à ag ; an est la perspective d'une partie de cette même droite égale à af ; donc la partie de cette droite représentée en mn , est en effet égale à gf .

Deuxième construction. Par m menez mp parallèle à l'horizon, portez la grandeur originale donnée en ab , menez bC au point principal, et par le point d'intersection de cette droite avec la parallèle à l'horizon menée par m tirez pD au point de distance; la

partie *mi* de la droite *aC* terminée à son intersection avec cette ligne *pD*, sera la perspective demandée.

Démonstration. A cause des parallèles perspectives *aC* et *bC*, on a d'abord *mp*, perspectivement égale à *ab*; mais le triangle *mnp* est la perspective d'un triangle rectangle et isocèle, car les lignes représentées en *mn* et *np*, sont l'une perpendiculaire, et l'autre parallèle au tableau, et le troisième côté *np*, étant dirigé au point de distance, représente une ligne qui ferait un angle demi-droit avec le tableau; donc en effet la ligne *mn* est perspectivement égale à *mp*, et par suite à *ab*.

41. PROBLÈME VII. *Étant donnée la ligne aE pour la perspective indéfinie d'une droite oblique située dans le plan principal, trouver, 1° la perspective d'un point de cette droite situé à une distance connue de son intersection avec la base du tableau; 2° trouver, à partir d'un point déterminé m de cette ligne aE, la perspective d'une partie de son originale déterminée de grandeur.* (Fig. 25).

1° Par le point principal *C* élevez une perpendiculaire à la ligne d'horizon *dh*, prenez sur cette perpendiculaire une longueur *CD* égale à la distance de l'œil au tableau, et faites *Ed* égale à *ED*; prenez *ag* égale la distance connue du point original au point *a*, et tirez *gd*; l'intersection de cette droite avec *aE* sera la perspective demandée.

Démonstration. Le triangle *amg* est la perspective d'un triangle semblable au triangle *EDd*, car ses côtés *am* et *mg* représentent des parallèles aux directions que suivraient les lignes *DE* et *Dd*, si le triangle *DEd* tournait autour de *dE*, considérée comme une charnière, jusqu'à ce que le point *D* se confondit avec l'œil (56, 57); mais dans le triangle *DEd* on a, par construction, le côté *DE* égal au côté *Ed*; donc aussi dans le triangle *amg*, *am* est la perspective d'une grandeur égale à *ag*; donc enfin le point *m* est la perspective d'un point situé sur la droite représentée en *aE*, à une distance de *a* égale à *ag*.

Remarque I. Si l'on eût pris, de l'autre côté du point *E*, la distance *Ed* égale à *ED*, que l'on eût pris *ag'* égale à la distance du point original au point *a*, et que l'on eût mené *g'd*, l'intersection de cette droite avec *aE* eût encore déterminé la perspective cherchée.

Remarque II. La distance *Ed* ou *Ed'*, égale à *ED*, que l'on emploie dans cette construction, est précisément la distance du point évanouissant *E* à l'œil.

2° Déterminez comme ci-dessus le point *d*; par ce point et par le point *m*, menez la droite *dm* prolongée jusqu'à la rencontre de la base du tableau en *g*, portez la grandeur originale donnée en *gf*, et menez *fd* qui coupera la perspective indéfinie *aE* au point *n*; *mn* sera la perspective demandée.

Démonstration. D'après ce que nous avons dit en premier lieu, *am* est la perspective d'une partie de la ligne originale égale à *ag*, *an* est la perspective d'une par-

tie de cette même droite égale à af , donc la partie de cette droite représentée en mn , est en effet égale à gf .

Autre construction. Ayant déterminé comme ci-dessus le point d , portez la grandeur originale donnée en ab , menez mp parallèle à l'horizon, du point b menez au point E la droite bE , et par l'intersection de cette dernière droite avec mp menez pd ; la partie mn de la droite bE terminée à son intersection avec pd , sera la perspective demandée.

Démonstration. On a d'abord mp perspectivement égale à ab , à cause des parallèles perspectives aE et bE . De plus, le triangle mnp est la perspective d'un triangle semblable au triangle DEd , puisque le côté mp de ce triangle est la perspective d'une ligne parallèle à l'horizon, et que ses deux autres côtés mn , np représentent des parallèles aux directions que suivraient les lignes Dd et DE , si le point D était ramené à l'œil par la révolution du triangle DdE autour de dE , considérée comme une charnière; mais dans le triangle DEd on a par construction le côté DE égal au côté Ed , donc le côté mn du triangle perspectif mnp est perspectivement égal à mp , et par suite à ab .

Remarque I. Il résulte de cette démonstration que dans le cas où la ligne aE ne rencontrerait la base du tableau que sur son prolongement, on parviendrait encore au même résultat en portant la grandeur originale sur cette base, en tel endroit que l'on jugerait convenable, et menant de ses deux extrémités, et jusqu'à la parallèle indéfinie à l'horizon menée par m , deux droites dirigées à un même point de l'horizon, dont l'une passât par m ; car ainsi on déterminerait encore sur cette parallèle la perspective de cette grandeur originale, ce qui s'applique à la construction que nous avons indiquée en second lieu dans le problème précédent.

Remarque II. Il résulte aussi de cette démonstration que si c'était l'extrémité n qui fût d'abord connue, on obtiendrait le point m , en menant par n une parallèle nq à la ligne d'horizon perspectivement égale à la grandeur originale donnée, et menant par les points d et q une droite prolongée jusqu'à la rencontre de la perspective indéfinie aE .

Remarque III. Enfin, d'après cette dernière construction, on voit encore que si la perspective mn était donnée, et que l'on voulût déterminer sur chacune des parallèles mp et nq une grandeur qui lui fût perspectivement égale, il suffirait de couper la première de ces deux lignes par une droite menée par les points d et n , et la seconde par une droite menée du point m au point d .

Remarque IV. On pourrait, comme nous l'avons déjà fait remarquer dans la première partie de cet article, employer, au lieu du point d , pour chacune des constructions que nous venons d'indiquer en dernier lieu, un point situé de l'autre côté du point E , à une distance de ce point égale à Ed .

Remarque V. Nous avons supposé dans ce problème et dans les trois précédents que les perspectives demandées représentassent des points ou des lignes situées dans le plan principal, parce que c'est en effet à l'égard de ces points et de ces lignes que l'on a le plus généralement à résoudre les questions que nous avons traitées dans ces problèmes; mais il est clair que les constructions que nous avons démontrées conviendraient encore au cas où les points originaux et les lignes originales seraient situées dans un plan horizontal quelconque, pourvu que l'on substituât à la base du tableau l'intersection du tableau et de ce plan horizontal.

42. PROBLÈME VIII. *La perspective d'une ligne horizontale, non parallèle au tableau, étant donnée de direction et de grandeur, la diviser en un certain nombre de parties qui aient perspectivement entre elles des rapports donnés.* (Fig. 26.)

Soit AB la perspective donnée, et supposons que l'on doive la diviser en cinq parties perspectivement proportionnelles aux divisions FH , HI , etc., de la ligne FG .

Par l'extrémité A de AB menez AM parallèle à la ligne d'horizon EY , portez sur cette parallèle, à partir de A , des divisions géométriquement égales, ou géométriquement proportionnelles à celles de FG ; par les extrémités M et B tirez MB , prolongée jusqu'à l'horizon en X , et par tous les points de division de AM menez des droites au point X ; les intersections de ces droites avec AB seront les points de division demandés.

Démonstration. La ligne AM étant parallèle à l'horizon, si l'on regarde cette droite comme la perspective d'une droite aussi parallèle à l'horizon menée par l'extrémité de l'horizontale représentée en AB , les divisions Ah , hi , etc., pourront être considérées comme représentant des divisions marquées sur cette droite et qui leur seraient géométriquement proportionnelles (29). Mais les droites hX , iX , etc., étant dirigées à un même point de l'horizon représentent des parallèles; donc en effet les originales de ces lignes diviseraient la droite représentée en grandeur et en direction suivant AB , en parties aussi proportionnelles aux divisions Ah , hi , etc. (N. G. 43.)

Remarque. On parviendrait au même résultat en menant par l'autre extrémité de AB la ligne BM' parallèle à l'horizon, portant pareillement sur cette droite à partir de B des divisions géométriquement proportionnelles à celles de FG , menant AM' prolongée jusqu'à l'horizon en X , et menant par tous les points de division de BM' , et jusqu'à la rencontre de AB , des droites dirigées au point X , et on les trouverait.

Enfin, si l'on voulait éviter de multiplier les lignes et les points sur le dessin, on pourrait aussi obtenir les divisions cherchées, en menant jusqu'à la rencontre de l'un des bords horizontaux du tableau, comme LL , et d'un point X pris arbitrairement sur l'horizon, les lignes XAN , XBL , partageant l'intervalle NL en parties

géométralement proportionnelles aux divisions de FG , et tirant de tous les points de division 1, 2, etc., au point X , les lignes 1- X , 2- X , etc.; car si l'on menait ensuite la ligne AM elle se trouverait divisée par ces lignes, en parties géométralement proportionnelles aux divisions $N-1$, 1-2, etc. (*N. G.* 43), et par conséquent d'après ce que l'on vient de dire, la ligne AB serait divisée par ces mêmes lignes en parties perspectivement proportionnelles à ces divisions.

43. PROBLÈME IX. *La perspective AB d'une droite horizontale non parallèle au tableau, étant donnée de direction et de grandeur, la partager en un nombre déterminé de parties perspectivement égales entre elles.* (Fig. 26.)

La solution de ce problème ne diffère de celle du précédent qu'en ce que l'on doit porter sur celle des lignes AM ou BM que l'on juge à propos d'employer, ou sur l'un des bords horizontaux du tableau, comme LL' , et de N à L' , autant de divisions géométralement égales entre elles qu'il doit s'en trouver sur AB .

Mais si la ligne AB doit être divisée seulement en deux parties perspectivement égales on pourra, au lieu de cette construction générale, employer le procédé suivant (fig. 27).

Ayant mené par le point E , où la droite AB rencontrera la ligne d'horizon EX , une droite EF à volonté, on mènera par les points A et B des parallèles à l'horizon jusqu'à la rencontre de EF , on joindra les points A et C , B et F ; par l'intersection des droites AC et BF , on mènera 1-2 parallèle à l'horizon, et le point où cette parallèle rencontrera la ligne AB sera le point de division cherché.

Ou bien encore, ayant mené par le point E une ligne à volonté, on mènera par les points A et B deux droites verticales terminées sur cette ligne; on tracera les diagonales du quadrilatère ainsi construit, par leur point d'intersection on mènera une droite verticale, et la rencontre de cette droite avec AB sera le point de division cherché.

Démonstration. En effet, par chacune de ces deux constructions, on forme sur AB un parallélogramme perspectif; et lorsque l'on mène une droite parallèle à deux côtés opposés d'un parallélogramme, par le point d'intersection de ses diagonales, cette droite divise les deux autres côtés de ce quadrilatère, chacun en deux parties égales (*N. G.* 12).

Remarque. Les constructions que nous avons employées pour résoudre ce problème et le précédent sont indépendantes de la direction de la perspective AB , et restent par conséquent les mêmes, que cette perspective soit dirigée au point principal, à l'un des points de distance, ou à tout autre point de l'horizon.

44. PROBLÈME X. *La perspective d'une ligne horizontale parallèle au tableau*

étant donnée de position et de grandeur, déterminer sur les perspectives indéfinies de plusieurs droites aussi parallèles au tableau, et situées dans le même plan horizontal, des parties qui soient perspectivement de même grandeur. (Fig. 28.)

Soient donnés les deux arbres 1 et 2 placés sur une même parallèle à la ligne d'horizon, et supposons que l'on demande de mettre sur chacune des lignes 5-f et 7-c aussi parallèles à l'horizon, deux arbres dont la distance soit perspectivement égale à celle qui est représentée en 1-2.

Menez des points 1 et 2 à un même point de l'horizon les lignes 1-E et 2-E; les parties 3-4 et 5-6, des lignes 7-c et 5-f, qui se trouveront interceptées entre ces droites, seront les grandeurs des distances perspectives demandées, en quelque endroit de ces lignes qu'il soit nécessaire de les déterminer.

Démonstration. Les lignes 1-E et 2-E étant des parallèles perspectives, les grandeurs 3-4 et 5-6 sont chacune perspectivement égales à 1-2; d'ailleurs, nous avons démontré que les parties égales d'une même parallèle au tableau, ont leurs perspectives égales (29); donc, si l'on prend en un lieu quelconque de la ligne 7-c, 7-8 géométriquement égale à 3-4, et en un lieu quelconque de la ligne 5-f, 9-10, géométriquement égale à 5-6, chacune des parties 7-8 et 9-10 sera perspectivement égale à celle qui est représentée en 1-2.

Remarque. D'après ce que nous avons dit à l'article 39 et ce que nous venons de démontrer en dernier lieu, si *ay* est la base du tableau, que l'on prenne *yz* d'une grandeur géométrale déterminée, d'un mètre par exemple, et que l'on mène à un point quelconque de l'horizon les lignes *yE* et *zE*, toutes les parallèles à la base du tableau interceptées entre ces lignes, à quelque endroit qu'elles soient menées, représenteront des grandeurs d'un mètre chacune, et par conséquent elles pourront servir à déterminer les dimensions perspectives des objets dont les bases seront parallèles à celle du tableau, en raison de leur enfoncement dans le tableau.

45. PROBLÈME XI. *La perspective d'une ligne horizontale, non parallèle au tableau, étant donnée de direction et de grandeur, déterminer partout où l'on voudra, sur le prolongement de cette perspective, des parties qui lui soient perspectivement égales. (Fig. 28.)*

Soient donnés les deux arbres *a* et *b* placés sur la ligne fuyante *aE*, et supposons que l'on demande de mettre dans la direction de cette même ligne fuyante d'autres arbres en nombre quelconque, à des intervalles perspectivement égaux à celui qui est représenté en *ab*.

Première construction. Par *a* menez *aq* parallèle à la ligne d'horizon *EX*; d'un point *X* pris à volonté sur cette dernière ligne menez *Xbo* jusqu'à la rencontre de *ay*; portez sur cette dernière ligne la longueur *ao*, en tel endroit et autant de fois qu'il

sera nécessaire, et de tous les points de division ainsi déterminés menez au point X les lignes mX , nX , etc.; les intersections de ces lignes avec aE détermineront les distances perspectives cherchées, comme le démontre ce que nous avons dit à l'article 42.

Remarque. On parviendrait au même résultat en menant une parallèle à l'horizon par tout autre point de la ligne fuyante aE , menant des points a et b deux droites à un point pris arbitrairement sur la ligne d'horizon, portant ensuite sur la parallèle à cette ligne, en tel endroit et autant de fois qu'il serait nécessaire, une grandeur égale à celle qu'y intercepteraient ces droites, et menant par tous les points de division ainsi obtenus des droites dirigées au point que l'on aurait choisi sur l'horizon, et terminées sur aE , ce qui donne le moyen de résoudre dans tous les cas le problème que nous traitons actuellement, sans avoir à prolonger aucune ligne hors de l'étendue du tableau.

Deuxième construction. Ayant mené ao et Xbo comme ci-dessus, tracez une droite par les points o et E ; par b menez bg parallèle à l'horizon, jusqu'à la rencontre de oE en g , et tirez gX ; par c , intersection de cette dernière ligne avec aE , menez ch parallèle à l'horizon, jusqu'à la rencontre de oE en h , puis tirez hX ; continuez ainsi autant de fois qu'il sera nécessaire, comme l'indique la figure; et si vous interrompez en quelque endroit la suite des arbres, en prenant l'intervalle ef arbitrairement, et qu'il vous faille reporter encore au delà de f une distance perspectivement égale à ab , menez encore par f une parallèle à l'horizon, jusqu'à la rencontre de oE en i , puis tirez iX . Les distances successives ab, bc, cd , etc., fi , seront les distances perspectives demandées.

Démonstration. Les lignes ob, gc, hd , etc., il , étant dirigées à un même point de l'horizon, représentent des parallèles; de plus, les lignes ao, bg, ch , etc., fi , sont perspectivement égales (44), donc les triangles $aobbgc, chd$, etc., fil sont perspectivement égaux; donc aussi les côtés ab, bc, cd , etc., fi de ces triangles, sont perspectivement égaux.

Remarque. Si la partie ab a d'abord été déterminée pour la perspective d'une certaine mesure géométrale, d'un mètre, par exemple, les parties successives bc, cd , etc., représenteront des grandeurs fuyantes d'un mètre chacune; par conséquent, si la ligne aE est en même temps dirigée au point principal, et que l'on mène par tous les points de division des parallèles à la ligne d'horizon, ces parallèles représenteront des droites parallèles au tableau, et situées dans le plan principal à des distances successives de 1, 2, 3, etc., mètres de la base du tableau; en sorte qu'elles pourront servir à déterminer la hauteur à laquelle devra se trouver dans le tableau la perspective d'un point ou d'un objet quelconque situé sur le plan principal, lorsque

l'on connaitra la distance de ce point ou de ces objets à la base du tableau évaluée en mesures de l'échelle de construction.

46. PROBLÈME XII. *Trouver les perspectives de plusieurs verticales élevées en différents points du plan principal et d'une hauteur déterminée.* (Fig. 28.)

Supposons que l'on demande que tous les arbres perspectifs dont on a déterminé la position dans les deux problèmes précédents aient leurs hauteurs perspectivement égales entre elles et à une hauteur originale connue.

Au point d'intersection de la ligne aE et de la base du tableau, que je suppose être ay , élevez une verticale ap géométriquement égale à la hauteur donnée; menez la ligne pE , et les verticales bq , cr , etc., terminées à cette ligne; prolongez la parallèle à l'horizon 1—2, jusqu'à la rencontre de la ligne aE ; menez la verticale 11—12, terminée sur pE ; sur les verticales indéfinies élevées aux points 1 et 2, prenez les hauteurs 1—13 et 2—14 géométriquement égales à 11—12, ou telles que leurs extrémités se trouvent sur une parallèle à l'horizon menée par 12; enfin, répétez la même construction à l'égard de chacune des verticales indéfinies élevées par les points 7 et 8, 9 et 10, et en un mot autant de fois qu'il sera nécessaire; les hauteurs bq , cr , etc., 1—13, 2—14, etc., seront les hauteurs des arbres perspectifs demandés.

Démonstration. Les lignes aE et pE , étant dirigées à un même point de l'horizon, représentent des parallèles, donc les droites ap , 11—12, bq , cr , etc., étant parallèles et comprises entre ces droites, représentent des hauteurs égales entre elles et à ap ; d'ailleurs, suivant ce que nous avons précédemment démontré (29), les hauteurs égales élevées en des points différents d'une même horizontale parallèle au tableau doivent avoir leurs perspectives égales; donc chacune des verticales 1—13 et 2—14, est aussi la perspective d'une hauteur égale à ap .

Remarque I. Au lieu de porter la hauteur originale donnée sur une perpendiculaire à la base du tableau comme ap , et d'opérer ensuite comme nous venons de l'indiquer, on pourrait porter cette hauteur sur la base du tableau elle-même en as , mener sE , et prendre les hauteurs des différents arbres perspectifs 1, 2, 7, 8, etc., égales aux portions des parallèles à la base du tableau menées par les points 1, 7, etc., qui se trouveraient interceptées entre les droites aE et sE ; car il résulte de ce que nous avons dit à l'article 29, que la perspective d'une verticale élevée en un point quelconque du point principal doit être de même grandeur que celle d'une ligne égale menée par ce même point et parallèle à la base du tableau.

Remarque II. Par suite de la construction que nous venons de démontrer, chaque fois que l'on trace les perspectives de plusieurs objets d'égale hauteur placés en différents points d'un même plan horizontal, les parties de ces perspectives qui se trouvent au-dessus de la ligne d'horizon sont proportionnelles à leurs hauteurs res-

pectives ; ou , si la ligne d'horizon se trouve élevée au-dessus de l'une d'elles d'une certaine quantité , elle se trouve élevée au-dessus de toutes les autres dans la même proportion , et d'après cette remarque on peut souvent déterminer dans un tableau , sans aucune construction , les hauteurs perspectives des différentes figures en raison de leur éloignement.

47. PROBLÈME XIII. *Étant donnée la perspective ab d'une ligne horizontale dont le point évanouissant ne se trouve pas dans le tableau , déterminer , sans la prolonger hors du cadre , la distance de ce point évanouissant au point principal.* (Fig. 29 a.)

D'un point quelconque de ab , comme a , menez au point principal C la ligne aC ; par le milieu g de aC menez gK géométriquement parallèle à ab , jusqu'à la rencontre de la ligne d'horizon ; CK sera la moitié de la distance cherchée ; et si gK ne peut encore rencontrer la ligne d'horizon dans les limites du tableau , menez une parallèle à ab par un point pris au tiers ou au quart de aC , à partir de C , ce qui vous fera connaître le tiers ou le quart de la distance cherchée.

Démonstration. Si l'on pouvait prolonger la ligne ab jusqu'à l'horizon , on obtiendrait un triangle semblable au triangle CgK ; donc , en effet , il existe entre la distance du point évanouissant de ab au point C et la partie CK de cette distance , le même rapport qu'entre la ligne entière aC et sa partie Cg .

48. PROBLÈME XIV. *Étant donné l'angle qu'une ligne horizontale fait avec le tableau , déterminer , sans prolonger aucune ligne hors du cadre , 1° le point évanouissant de cette droite , ou la distance de ce point au point principal ; 2° le point évanouissant de toutes les horizontales qui feraient avec cette ligne un angle donné , ou la distance de ce point au point principal.* (Fig. 29 a.)

1° Par le point principal C , élevez une perpendiculaire à la ligne d'horizon CK , prenez sur cette perpendiculaire une longueur CD égale à la moitié de la distance de l'œil au tableau , et menez DK de telle sorte que l'angle DKC soit égal à l'angle donné ; CK sera la moitié de la distance du point évanouissant cherché au point principal.

Et si la ligne DK ne peut encore rencontrer la ligne d'horizon dans les limites du tableau , ou si vous ne pouvez , comme nous l'avons supposé , prendre sur la perpendiculaire CD une longueur égale à la moitié de la distance de l'œil au tableau , servez-vous de même du tiers ou du quart de cette distance , ce qui vous fera connaître le tiers ou le quart de la distance du point évanouissant cherché au point principal.

Démonstration. Pour obtenir le point évanouissant cherché , il faudrait , suivant ce qui a été démontré (36), mener , par l'extrémité de la distance entière portée

sur la perpendiculaire CD , une droite qui fit avec la ligne d'horizon un angle égal à l'angle donné DKC ; or, cette droite serait parallèle à DK ; donc il existe, en effet, entre la distance du point évanouissant cherché au point principal et sa partie CK , le même rapport qu'entre la distance entière de l'œil au tableau et sa partie CD .

2° Par D menez DK' qui fasse avec DK un angle égal à l'angle donné, CK' sera la moitié de la distance du point évanouissant cherché au point principal; et si pour déterminer le point K vous avez été obligé de réduire la distance de l'œil au tableau, au tiers ou au quart, CK' sera pareillement le tiers ou le quart de la distance du point évanouissant cherché au point principal, car pour déterminer ce point il faudrait mener par l'extrémité de la distance entière, portée sur la perpendiculaire CD , une droite qui fit, avec la parallèle à la ligne DK menée par cette même extrémité, un angle égal à l'angle donné (37); or cette droite serait parallèle à la ligne DK .

Remarque I. Si l'étendue du tableau permet que l'on prenne CE' double de CK' , ou triple, quadruple, etc., de cette longueur, si la distance a été réduite au tiers ou au quart, le point E' sera le point cherché; et si l'angle KDK' est droit, ce point sera le point évanouissant de toutes les horizontales perpendiculaires à celles qui seront avec le tableau des angles égaux à l'angle DKC ; en sorte que si l'on partage ensuite cet angle en deux parties égales par la droite DK'' , et que l'on prenne CE'' double de CK'' , ou triple, quadruple de cette longueur, si la distance a été réduite au tiers ou au quart, le point E'' sera le point évanouissant de l'un des deux systèmes de droites horizontales qui feront des angles demi-droits avec les unes et les autres de ces lignes.

Remarque II. Si la ligne perspective ab était donnée et que l'on voulût trouver, sans prolonger aucune ligne hors du cadre, le point évanouissant de toutes les droites qui feraient avec son originale un angle quelconque donné, on déterminerait, comme au problème précédent, la moitié, le tiers ou le quart de la distance de son point évanouissant au point principal, et l'on achèverait la construction suivant ce que nous venons de dire.

Lorsque l'angle donné est droit, on peut résoudre ce problème autrement, et sans aucune construction; car d'après une propriété connue des triangles rectangles, si l'on évalue numériquement la distance de l'œil au tableau, et celle du point évanouissant déjà déterminé ou connu au point principal, que l'on multiplie la première de ces distances par elle-même, et que l'on divise le produit par la seconde, le quotient exprimera la distance du point évanouissant cherché au point principal. Ainsi, si l'on sait, par exemple, que la distance de l'œil au tableau est de 6 mètres, et que celle du point évanouissant déjà connu au point principal est de 8 mètres, on multipliera 6 par 6, on divisera le produit 36 par 8, et le quotient $4\frac{1}{2}$ ou 4.5 indiquera que le point cherché doit être distant du point principal de 4 mètres et demi ou 4 mètres 5 décimètres.

49. PROBLÈME XV. *Connaissant la distance d'un point évanouissant horizontal et inaccessible au point principal, mener par un point donné du tableau une droite qui tende à ce point évanouissant.* (Fig. 29 a.)

Soit a le point donné, et soit CK la moitié de la distance du point évanouissant proposé au point principal.

Joignez le point a au point C et le point g milieu de aC au point K , puis par a menez ab géométriquement parallèle à gK ; cette parallèle sera la ligne demandée.

Autre construction. Menez par a une parallèle à la base du tableau, portez deux fois sur cette parallèle une grandeur arbitraire $a-1$; par 2 extrémité de la seconde division, menez une droite au point C ; par 1 menez une droite au point K , et par le point a et le point d'intersection des lignes 1- K et 2- C faites passer une droite, cette droite sera la ligne demandée.

Et si la distance CK est donnée pour le tiers ou pour le quart de celle du point évanouissant proposé au point principal, opérez de même, en observant seulement de prendre, pour la première construction, le point g au tiers ou au quart de Ca à partir de C , et pour la seconde, le point 2 à une distance de 1 égale au tiers ou au quart de $a-2$.

Démonstration. Par la première pratique on construit un triangle semblable à celui que donnerait la ligne demandée prolongée jusqu'à l'horizon, puisque l'on établit entre la ligne aC et sa partie Cg le même rapport qu'entre la distance du point évanouissant proposé au point principal et sa partie CK ; donc en effet, le côté gK de ce triangle est parallèle à la ligne demandée. Et par la seconde pratique on établit entre les parties 1-2 et $a-1$ le même rapport qu'entre la distance CK et celle du point K au point évanouissant proposé; donc, en effet, si la ligne an était suffisamment prolongée, elle passerait par ce point évanouissant.

50. PROBLÈME XVI. *Étant donnée la perspective indéfinie ab d'une ligne horizontale, mener, par un point aussi donné i , une droite qui tende au même point évanouissant, ce point étant situé hors du tableau.* (Fig. 29 a.)

Par le point i menez une droite arbitraire Cin qui rencontre à la fois la ligne ab et la ligne d'horizon; menez aussi arbitrairement une seconde ligne oq parallèle à cette droite; par les points C et l faites passer une droite indéfinie Cl ; par i menez ip parallèle à ab et terminée sur Cl ; par p menez pq parallèle à la ligne d'horizon et terminée sur oq ; et par les points i et q faites passer une droite, cette droite sera la ligne demandée.

Démonstration. A cause des parallèles ip et ab , il existe entre Ci et Cn le même rapport qu'entre Cp et Cl ; mais à cause des parallèles pq et Co , il existe entre oq et ql le même rapport qu'entre Cp et Cl ; donc le rapport des lignes oq et ql est

aussi le même que celui des lignes *Ciet in*, et, par conséquent, si la ligne *iq* était suffisamment prolongée, elle passerait par le point de rencontre des droites *CK* et *ab*.

Remarque. On aurait pu déduire la solution de ce problème de celle du précédent, en déterminant d'abord, suivant ce que nous avons dit au problème XIII, la moitié, le tiers ou le quart de la distance du point évanouissant de *ab* au point principal, mais la construction que nous venons d'indiquer est plus simple et doit être préférée.

51. PROBLÈME XVII. *Étant donnée la perspective indéfinie d'une ligne horizontale située dans le plan principal et non parallèle au tableau, trouver, en ramenant tous les points de construction dans le tableau, la perspective d'une partie de cette droite déterminée de grandeur.*

Premier cas. *La perspective donnée étant dirigée au point principal.* (Fig. 29 b).

Prenez sur la ligne d'horizon une partie *CD* égale à la moitié de la distance, et opérez comme aux figures 22 et 24, en regardant le point *D* comme le point de distance, et réduisant la grandeur originale à la moitié; ainsi, si vous voulez trouver la perspective d'un point situé sur la droite indéfinie représentée en *aC* à une distance de son intersection avec la base du tableau égale à *ag'*, prenez *ag* égale à la moitié de *ag'*, et tirez *gd*; le point d'intersection de cette droite avec *aC* sera la perspective demandée, car, suivant ce qui a été démontré au problème XV, ce point sera celui que donnerait l'intersection de *aC* avec une droite *g'm* menée du point *g'* au point de distance. En second lieu, si vous voulez déterminer, à partir du point *m* de la ligne *aC*, distant de la base du tableau, la perspective d'une grandeur originale donnée, menez du point *D* la ligne *Dm* prolongée jusqu'à la base du tableau en *g*, prenez *gf* égale à la moitié de cette grandeur, puis tirez *fd*; ou bien menez par *m* une parallèle à la ligne d'horizon, faites, sur cette parallèle, *mp* perspectivement égale à la moitié de la grandeur originale donnée (39), puis tirez *pD*; l'intersection de cette droite *fd* ou *pD* avec *aC* sera l'extrémité de la perspective demandée. Et s'il est nécessaire de réduire la distance au tiers ou au quart, pour qu'elle puisse être contenue dans le tableau, réduisez pareillement la grandeur originale donnée au tiers ou au quart.

Deuxième cas. *La perspective donnée étant dirigée à un point de l'horizon autre que le point principal, mais situé dans le tableau, comme aE'.* (Fig. 29 a.)

Par le point principal *C* élevez une perpendiculaire à la ligne d'horizon; prenez sur cette perpendiculaire une longueur *CD* égale à la moitié de la distance de l'œil au tableau; prenez *CK'* pareillement égale à la moitié de *CE'*; la ligne *K'D* sera la moitié de la distance du point évanouissant *E'* à l'œil. Cela posé, si l'étendue du tableau le permet, prenez sur la ligne d'horizon, à partir de *E'*, une longueur double de cette ligne, puis servez-vous de l'extrémité de cette longueur comme nous l'avons

enseigné au problème VII; et dans le cas contraire, prenez sur l'horizon, toujours à partir de E' , une longueur égale à $K'D$, et servez-vous de même de l'extrémité de cette longueur, en réduisant la distance originale à la moitié, comme à la figure 29 b . Et s'il est nécessaire de réduire la distance de l'œil au tableau au tiers ou au quart, réduisez de même la distance CE' au tiers ou au quart, et portez ensuite la ligne $K'D$ quatre fois sur l'horizon à partir de E' , ou, si l'étendue du tableau ne le permet pas, réduisez la grandeur originale au tiers ou au quart.

Troisième cas. *La perspective donnée étant dirigée à un point de l'horizon situé hors du tableau comme ab . (Fig. 29 a .)*

Déterminez en CK la moitié de la distance du point évanouissant de ab au point principal C (47); élevez la perpendiculaire CD égale à la moitié de la distance de l'œil au tableau, et faites Kh égale à KD ; Kh sera la moitié de la distance du point évanouissant de ab à l'œil. Cela posé, il pourra arriver deux cas, suivant que vous pourrez ou non marquer sur la ligne d'horizon un point distant du point principal du double de Ch . Dans le premier cas, servez-vous de ce point d suivant ce que nous avons enseigné au problème VII, car ce point d sera aussi distant du point évanouissant de ab que celui-ci le serait lui-même de l'œil. Dans le second cas, menez, par le point qui devra être l'origine de la partie perspective demandée, une parallèle mp à la ligne d'horizon (fig. 29 c); faites mp perspectivement égale à la grandeur originale donnée (39); prenez le milieu de mp en 1; menez mC au point principal; menez du point 1 au point h une droite 1- h ; puis par le point p et le point 2, intersection des lignes mC et 1- h , menez une droite; la section faite sur ab par cette droite sera l'extrémité de la perspective demandée, car, suivant ce qui a été démontré au problème XV, cette droite sera dirigée à un point de l'horizon situé à une distance du point principal double de Ch .

Et s'il a fallu que vous réduisiez au tiers ou au quart la distance de l'œil au tableau, ou celle du point évanouissant de ab au point principal, prenez sur l'horizon un point distant du point principal du triple ou du quadruple de Ch , ou, si cela ne se peut, prenez le point 1 au tiers de la parallèle mp , à partir de m .

Enfin, si, dans l'un ou l'autre des trois cas que nous venons d'examiner, la grandeur originale ne peut être contenue sur la base du tableau, déterminez, sur la droite indéfinie donnée, la perspective d'une grandeur deux, trois, quatre fois moindre; et faites ensuite sur cette même droite, par l'une ou l'autre des constructions que nous avons enseignées au problème V, un nombre suffisant de parties consécutives respectivement égales à celle que vous obtiendrez ainsi.

§ II. EXEMPLES DE LA PERSPECTIVE DES FIGURES PLANES SITUÉES DANS
DES PLANS HORIZONTAUX ET VERTICAUX.

52. *Perspective d'un carré vu de face, c'est-à-dire, de manière que l'un de ses côtés soit parallèle au tableau.* (Fig. 30.)

Soit la ligne AB parallèle à la ligne d'horizon pour la perspective du côté du carré original le plus voisin du tableau.

Menez AC et BC au point principal; par A menez AD au point de distance D ; par l'intersection des droites AD et BC menez GF parallèle à l'horizon; le quadrilatère $ABGF$ sera le carré perspectif demandé.

Démonstration. En effet, les lignes AC et BC sont les perspectives de deux horizontales perpendiculaires au tableau, et la ligne AD étant dirigée à l'un des points de distance, le côté BG est perspectivement égal à AB (40).

Même construction et même démonstration pour les carrés 1 et 2, en observant seulement que, si l'on veut qu'ils soient perspectivement égaux au premier, il faudra prendre sur le prolongement de AB , les parties ab et $a'b'$ égales à AB , et mener les droites aC , bC , $a'C$ et $b'C$, entre lesquelles ces carrés devront se trouver compris.

Remarque. Si l'on mène la diagonale BF , elle devra être dirigée au second point de distance, ce qui fournit un moyen de vérification.

53. *Perspective d'un carré vu d'angle, c'est-à-dire de manière que ses côtés fassent des angles demi-droits avec le tableau.* (Fig. 51.)

Soit la ligne AB dirigée à l'un des points de distance pour la perspective de l'un des côtés du carré original.

Menez des points A et B au second point de distance les droites AD' et BD' , et du point A au point principal la ligne AC ; et par G , intersection de cette dernière ligne avec BD' , menez GF dirigée au point D ; le quadrilatère $ABGF$ sera le carré perspectif demandé.

Démonstration. Les lignes AB , AF , BG , GF sont perspectivement perpendiculaires l'une à l'autre, puisqu'elles représentent des lignes qui feraient avec le tableau des angles demi-droits. De plus, la ligne AC étant la perspective d'une droite perpendiculaire au tableau, chacun des angles formés aux points A et G par cette droite et par les lignes AB , AF , BG , GF , est la perspective d'un angle demi-droit; donc, chacun des triangles ABG , AGF est la perspective d'un triangle rectangle et isocèle, donc enfin le quadrilatère $ABGF$ est la perspective d'un carré.

Remarque 1. Si au lieu de connaître, comme nous l'avons supposé, l'un des côtés

du carré perspectif, on connaît la grandeur des côtés du carré original, on déterminera d'abord l'une des perspectives AF et AB , par le procédé que nous avons enseigné au problème VII, qui donnera les points d et d' , équidistants du point principal, pour les points auxquels on devra tirer des extrémités de la grandeur originale portée en mu ou en pq sur la base du tableau, puis on achèvera la construction suivant ce que nous venons de dire.

Remarque II. Les diagonales d'un carré se coupant respectivement à angles droits, si l'on mène la ligne BF , elle devra être parallèle à l'horizon, ce qui fournit un moyen de vérification:

54. *Perspective d'un carré vu obliquement.* (Fig. 32.)

Soit la ligne AB pour la perspective de l'un des côtés du carré original, et soient C le point principal, et CD la distance portée sur une perpendiculaire à la ligne d'horizon.

Déterminez par la construction du problème III (37) les points E' et E'' , le premier pour le point évanouissant des lignes perpendiculaires à l'originale de AB , et le second pour celui des lignes qui seraient des angles demi-droits avec cette même originale; menez des droites des points A et B au point E' , et du point A au point E'' ; puis par G , intersection des lignes AE'' et BE' , menez FG dirigée au point E ; la figure $ABGF$ sera le carré perspectif demandé.

Démonstration. En effet, par cette construction, chacun des angles B et F est la perspective d'un angle droit, et chacun des angles formés aux points A et G par la droite AG et les droites AB , BG , GF , AF , est la perspective d'un angle demi-droit; donc chacun des triangles AFG , ABG , est la perspective d'un triangle rectangle et isocèle.

Remarque I. Si, au lieu de connaître, comme nous l'avons supposé, l'un des côtés du carré perspectif demandé, on connaît la grandeur des côtés du carré original, on cherchera toujours les points E' et E'' ; on déterminera sur l'une des droites indéfinies AE et AE' la perspective de la grandeur originale donnée, comme nous l'avons enseigné au problème VII, et comme l'indique la figure où LI' est supposée être la base du tableau, et où chacune des parties mu , pq représente cette grandeur originale; puis on achèvera la construction comme ci-dessus; ou l'on déterminera à la fois sur chacune de ces droites indéfinies la perspective de la grandeur originale donnée, puis on mènera les lignes BE' et FE .

Remarque II. Si l'on trace la diagonale BF , et que, du point où cette droite prolongée rencontrera la ligne d'horizon, on mène une ligne au point D , cette ligne devra être perpendiculaire à DE'' (probl. III, remarque I), ce qui fournit un moyen de vérification.

55. *Perspective d'une suite de carreaux vus de face.* (Fig. 53.)

Prenez sur la base du tableau AH , des parties consécutives AB , BF , etc., égales entre elles et aux côtés des carreaux originaux; des points A , B , F , etc., menez des droites au point principal C ; du dernier de ces points H , menez au point de distance D la ligne HD , et par toutes les sections de cette ligne avec les droites AC , BC , etc., menez des parallèles à la base AH ; ensuite, et pour remplir le vûle que laisseront de part et d'autre les lignes extrêmes AC et HC , prolongez la base AH , puis prenez sur son prolongement des parties égales à AB , et de tous les points de division menez des droites aux points C ; ou bien prenez sur la dernière parallèle ah , et de part et d'autre des points a et h , des parties égales à ab , et par tous les points de division ainsi déterminés menez pareillement des droites dirigées au point C ; enfin si la ligne HD ne donne pas avant de sortir du tableau un nombre suffisant de sections pour que vous puissiez porter les carreaux perspectifs jusqu'à l'enfoncement nécessaire, menez par l'un des points de division de la dernière parallèle à cette base une seconde droite hD dirigée pareillement au point de distance D , et par les intersections successives de cette droite avec les lignes dirigées au point principal menez de nouvelles parallèles à la base.

Pour la démonstration de cette pratique, il suffit de remarquer que les droites dirigées au point principal et menées par les points A , B , F , etc., et par les points de division marqués, suivant ce que nous avons dit, sur le prolongement de la base AH , ou sur l'une des parallèles à cette base comme ah , représentent des horizontales perpendiculaires à cette base et situées à des distances l'une de l'autre égales à AB ; et que, d'après ce qui a été démontré au problème VI, les parallèles à AH menées par les intersections successives de ces lignes avec les droites HD et hD , représentent des droites parallèles à cette même base AH , et situées à des distances l'une de l'autre égales aussi à AB .

Remarque. Si l'on trace les diagonales de chaque carreau, elles devront être dirigées les unes au point D , les autres au second point de distance, ce qui peut servir à vérifier au besoin l'exactitude de l'opération.

 56. *Perspective d'une suite de carreaux vus d'angle.* (Fig. 34.)

Prenez sur la base du tableau AH des parties AB , BF , FG , égales entre elles et aux diagonales des carreaux originaux; de tous les points A , B , F , G , menez des droites à chacun des points de distances D et D' ; par l'intersection m des lignes extrêmes AD' et HD menez une parallèle à la base AH ; par les intersections de cette parallèle avec les lignes dirigées au point D menez des droites dirigées au point D' , et par ses intersections avec les droites dirigées au point D' menez des droites dirigées au point D ; et si vous n'obtenez point par là un nombre suffisant de carreaux, menez par le

point d'intersection le plus éloigné de la base AH une parallèle à cette base, et continuez de la même manière aussi long-temps qu'il sera nécessaire.

Autre construction. Prenez sur la base du tableau AH , des parties AB , BF , FG , égales entre elles et aux diagonales des carreaux originaux; par le moyen de ces parties, construisez, comme à la figure précédente, la perspective d'une suite de carreaux vus de face, et tracez les diagonales de chacun de ces carreaux, ces diagonales formeront les carreaux perspectifs sur l'angle.

D'après ce qui a été dit à l'égard des figures 30 et 31, chacune de ces pratiques porte avec elle sa démonstration.

Remarque. Si l'on trace les diagonales de chaque carreau perspectif, elles devront être les unes parallèles à la base AH , les autres dirigées au point principal, et de plus les points 1, 2, etc., devront être les milieux des divisions AB , BF , etc., ce qui peut servir à vérifier au besoin l'exactitude de l'opération.

57. *Perspective d'une suite de carreaux vus obliquement.* (Fig. 55.)

Soit la ligne AB pour la direction perspective des carreaux demandés, soit C le point principal, et CD la moitié de la distance.

Déterminez les points E et E' , le premier pour le point évanouissant des lignes perspectivement perpendiculaires à AB , et le second pour celui des lignes qui devront faire avec cette même droite des angles perspectivement égaux à un demi-droit. (Problème III.)

Déterminez sur AB une partie FG perspectivement égale aux côtés des carreaux originaux (probl. VII); menez Br parallèle à la ligne d'horizon; menez des points F et G au point principal ou à tout autre point de l'horizon les lignes FC et GC , qui couperont la droite indéfinie Br aux points r et s ; portez la grandeur rs sur Br , en st , tu , etc., et par tous les points s , t , u , etc., menez jusqu'à la ligne AB des droites dirigées au point C ; enfin, menez par tous les points F , G , H , K , etc., des lignes dirigées au point E ; menez par E' et par l'un des points de division de AB la diagonale $E'M$; et, par les sections de cette diagonale avec les lignes déjà tracées au point E , menez des droites dirigées au point évanouissant de AB .

Pour la démonstration de cette pratique il suffit de remarquer que, d'après ce qui a

* J'engage le lecteur à tracer d'abord cette figure, comme toutes celles pour lesquelles les points de construction ne se trouveront pas dans les limites de la planche, en opérant sur une surface assez grande pour que ces points puissent tous y être contenus, et à n'employer qu'ensuite les procédés que nous avons donnés dans les problèmes XIII, XIV, XV, XVI et XVII. Ce n'est que par ce moyen qu'il parviendra à se rendre suffisamment familières les pratiques indiquées dans ces problèmes et dans les douze premiers.

été dit à l'article 42, la ligne AB se trouve divisée aux points F, G, H, K , en parties perspectivement égales à celle qui est représentée en FG .

Remarque. Si l'on menait des diagonales par le point E' et par tous les points de division de AB , comme il est indiqué sur la figure, les sections de ces diagonales avec les lignes dirigées au point E feroient connaître les sommets des carreaux perspectifs, et suffiraient par conséquent pour déterminer les lignes perspectivement parallèles à AB .

58. *Perspective d'une suite de carrés horizontaux placés dans une direction perpendiculaire au tableau, et à des distances égales les uns des autres.* (Fig. 36.)

Soit donnée la ligne AB , parallèle à l'horizon, pour la perspective de l'un des côtés du carré le plus voisin du tableau; soit C le point principal, et soit CX le tiers de la distance.

Menez des points a et b au point principal les lignes aC et bC ; prenez sur le prolongement de ab , $a-1$ égale au tiers de ab , et $1-2$ géométriquement ou perspectivement égale au tiers de la distance de deux carrés originaux consécutifs, suivant que la ligne $b-2$ sera la base du tableau, ou une ligne perspective distante de cette base; menez des points 1 et 2 au point principal les droites $1-C$ et $2-C$, et de ces mêmes points au point X les lignes $1-X$ et $2-X$; par les intersections g et h de ces dernières lignes avec aC , menez des parallèles à l'horizon; des points 3 et 4, intersections de la parallèle tracée par h avec les lignes $1-C$ et $2-C$, menez des droites au point X , et continuez de la même manière, comme l'indique la figure, autant de fois qu'il sera nécessaire.

La démonstration de cette pratique se déduit de ce qui a été dit aux articles 45 et 51; car, d'après le dernier de ces deux articles, CX étant le tiers de la distance, ag est perspectivement égale au triple de $a-1$ ou à ab , tandis que gh est perspectivement égale au triple de $1-2$; et, d'après le premier, la ligne aC est divisée par les droites menées au point X en parties qui sont tour à tour perspectivement égales à ag et à gh .

Remarque. Si l'on veut représenter une autre suite de carrés placés parallèlement aux premiers, il suffira de prendre, sur le prolongement de $b-2$, lk géométriquement égale à ab , de mener des points l et k au point principal les droites lC et kC , et de prolonger entre ces droites toutes les parallèles à l'horizon $gf, h-4$, etc.

59. *Perspective de deux suites parallèles de carrés horizontaux placés dans une direction oblique, et à des distances égales les uns des autres.* (Fig. 37.)

Soit C le point principal, CD la moitié de la distance, AB la direction perspective

des carrés demandés, E le point évanouissant des lignes perspectivement perpendiculaires à AB . (Problème III.)

Menez AE , déterminez les parties AH , Hh , ha , la seconde pour la distance perspective des deux suites de carrés demandées, la première et la troisième pour la grandeur perspective de ces carrés. Par les points A , H , h et a menez des parallèles perspectives à AB ; achevez le carré perspectif $AFGH$; faites FM perspectivement égale à l'intervalle de deux carrés originaux consécutifs; prolongez FG jusqu'à la ligne ab en f ; menez Mm dirigée au point E et terminée pareillement sur ab ; tracez par b une parallèle indéfinie à la ligne d'horizon; menez, des points a , f , m au point principal ou à tout autre point de l'horizon, les lignes aC , fC , mC ; prenez sur br des parties alternativement égales à rs et à st ; par tous les points de division ainsi obtenus, menez jusqu'à la droite ab des droites dirigées au point C , et par tous les points n , α , p , etc., menez entre les lignes ab et hk , AB et HK des droites dirigées au point E .

Pour la démonstration de cette pratique, il suffit de remarquer que la droite ab se trouve divisée aux points a , f , m , n , etc., en parties qui sont tour à tour perspectivement égales à af et à fm (42).

60. *Perspective d'un hexagone régulier dont l'un des diamètres est parallèle ou perpendiculaire au tableau.* (Fig. 38.)

Soit en premier lieu la ligne AB dirigée au point principal pour la perspective de l'un des diamètres de l'hexagone original. (On suppose que cette perspective soit donnée ou ait été d'abord déterminée.)

Par le point principal C , élevez une perpendiculaire indéfinie à la ligne d'horizon EE' ; prenez sur cette perpendiculaire la longueur CD égale à la distance de l'œil au tableau, et du point D , comme centre, avec un rayon double de CD , marquez sur l'horizon les points E et E' ; cherchez le milieu perspectif de AB ; de ce milieu O et des points A et B , menez des droites dirigées à chacun des points E et E' , et joignez les points F et H , G et K , qui résulteront des intersections de ces droites; la figure $AKGBFH$ sera la perspective demandée.

Soit, en second lieu, la ligne $A'B'$ parallèle à l'horizon pour la perspective de l'un des diamètres de l'hexagone original.

Déterminez encore les points E et E' ; prenez le tiers de chacune des longueurs égales CE , CE' , et portez-le de part et d'autre du point principal en Ce et Ce' ; divisez la droite $A'B'$ en deux parties égales au point O' , des points A' , B' et O' , menez des droites dirigées à chacun des points e et e' , et joignez les points F' et H' , G' et K' , qui résulteront des intersections de ces droites; la figure $A'K'G'B'F'H'$ sera la perspective demandée.

Démonstration. DE étant double de CD , si l'on prolongeait cette dernière li-

gne, au-dessus de l'horizon, d'une quantité égale à elle même, et que l'on joignit l'extrémité de ce prolongement au point *E*; on obtiendrait un triangle équilatéral dont le triangle *CED* serait la moitié; donc l'angle *CED* est de 30° , et par conséquent si l'on joignait le point *D* au point *E'*, l'angle *CE'D* serait l'arcillement de 30° . En second lieu, à cause de *DE* double de *CD*, et de *Ee* aussi double de *Ce*, si l'on joignait le point *D* au point *e*, la ligne *De* diviserait l'angle *CDE* en deux parties égales; donc l'angle *CDe* serait de 30° et l'angle *CeD* de 60° ; et, par conséquent, si l'on joignait le point *D* au point *e'*, l'angle *Ce'D* serait pareillement de 60° . Mais chaque angle d'un hexagone régulier étant de 120° , lorsque l'un des diamètres de l'hexagone original est perpendiculaire au tableau, les côtés adjacents à ce diamètre font, avec le tableau, des angles de 30° ; et, lorsque l'un des diamètres de l'hexagone original est parallèle au tableau, les côtés adjacents à ce diamètre font, avec le tableau, des angles de 60° . Donc ces côtés ont leurs points évanouissants, dans le premier cas, aux points *E* et *E'*, et, dans le second, aux points *e* et *e'*. D'ailleurs, les points évanouissants des côtés d'un hexagone sont aussi ceux de ses diamètres, puisque chacun de ceux-ci est parallèle à deux de ces côtés.

Remarque I. Lorsque le diamètre donné est dirigé au point principal, la perspective doit être telle que les côtés *FII* et *GK* soient aussi dirigés à ce point, et que les points *F* et *G* soient sur une même parallèle à l'horizon, ainsi que les points *K* et *H*; et lorsque le diamètre donné est parallèle à la ligne d'horizon, la perspective doit être telle que les côtés *F'H'* et *G'K'* soient aussi parallèles à cette ligne, et que les points *G'* et *F'* soient sur une même ligne dirigée au point principal, ainsi que les points *K'* et *H'*; ce qui peut servir soit à vérifier l'exactitude de l'opération, lorsque l'on a suivi le procédé que nous venons d'indiquer, soit à modifier ce procédé de manière à déterminer, sans le secours des points *E* et *E'*, dans le premier cas, ou *e* et *e'* dans le second, une partie des lignes qui doivent aboutir à ces points.

Remarque II. Si l'hexagone original n'avait aucun de ses diamètres qui fût parallèle ou perpendiculaire au tableau, on déterminerait toujours la perspective de l'un de ces diamètres; on joindrait son point évanouissant au point *D*, et l'on mènerait par ce point des droites qui fissent avec la ligne ainsi déterminée des angles de 60° ; les points où ces droites rencontreraient la ligne d'horizon seraient les points évanouissants des autres diamètres de l'hexagone proposé, et des côtés parallèles à ces diamètres; et, par leur moyen, on tracerait la perspective de cet hexagone en opérant comme nous l'avons fait dans cet exemple.

Remarque III. Les points *E* et *E'* seraient aussi les points évanouissants des deux côtés d'un triangle équilatéral dont le troisième côté serait perpendiculaire au tableau, et les points *e* et *e'* seraient ceux des deux côtés d'un triangle équilatéral dont le troisième côté serait parallèle au tableau; car chaque angle d'un triangle équi-

latéral étant de 60° , ces côtés seraient, avec le tableau, des angles de 30° dans le premier cas, et de 60° dans le second.

61. *Perspective d'une suite de carreaux hexagones.* (Fig. 39.) (Le point principal est C , et la distance est la même que pour la figure précédente.)

Déterminez, comme au problème précédent, les points E et E' , ou e et e' , suivant que parmi les côtés des hexagones originaux il s'en trouvera de perpendiculaires ou de parallèles au tableau; prenez, sur la base du tableau, des parties 1-2, 2-3, 3-4, etc., égales entre elles et aux côtés des hexagones originaux, ou bien des parties 1- m , m - n , n - p , etc., égales entre elles et à la moitié de la corde qui joindrait les extrémités des deux côtés adjacents de l'un des hexagones originaux; menez par tous les points 6, 5, 4, etc., des droites dirigées les unes au point e , les autres au point e' , et, par les intersections respectives de ces droites faites passer des lignes qui se trouveront parallèles à la ligne d'horizon; ou bien menez par tous les points m , p , r , etc., des droites dirigées les unes au point E , les autres au point E' , et par tous les points m , n , p , etc., des droites dirigées au point principal; puis, pour former chaque hexagone perspectif, prenez, comme l'indique la figure, six des triangles perspectifs qui se trouveront ainsi construits.

Pour la démonstration de cette pratique, il suffit, d'après ce qui a été démontré à l'article précédent, de remarquer que les divisions que l'on marque sur la base du tableau, suivant ce que nous avons dit en premier lieu, sont celles qu'y détermineraient les côtés des carreaux originaux, s'ils étaient tous suffisamment prolongés.

Remarque. Si, parmi les côtés des hexagones originaux, il ne s'en trouvait point qui fussent parallèles ou perpendiculaires au tableau, on déterminerait les points évanouissants de ces côtés suivant ce que nous avons dit à l'article précédent (remarque II), et l'on opérerait ensuite comme nous venons de l'indiquer, en observant seulement que, au lieu de prendre sur la base du tableau des parties égales entre elles et aux côtés des carreaux originaux, ou aux cordes qui joindraient les extrémités de deux côtés adjacents de ces carreaux, il faudrait déterminer, sur l'une des lignes dirigées à un de ces points évanouissants, des parties consécutives perspectivement égales à ces côtés.

62. *Perspective de deux polygones réguliers concentriques.* (Fig. 40.)

Soit $MNPQRS$ la perspective déjà tracée d'un polygone régulier, O celle de son centre, et soit demandé de tracer la perspective d'un polygone qui lui est semblable et qui a le même centre.

Menez des droites du point O aux points M, N, P , etc.; sur l'une de ces droites OP , par exemple, déterminez convenablement la grandeur Op ; par p , menez pq per-

spectivement parallèle à PQ , et terminée sur OQ ; par q menez qr perspectivement parallèle à QR , et ainsi de suite comme l'indique la figure; le p lygone $mnpqrs$, dont le dernier côté np devra joindre la ligne OP au point p , sera la perspective demandée

Cette pratique porte avec elle sa démonstration.

63. *De la perspective d'une figure située dans un plan horizontal, et dont le dessin géométral est donné.*

Les exemples que nous venons de traiter suffisent pour faire voir comment, en recherchant les angles que font entre elles ou avec le tableau les différentes lignes qui composent une figure quelconque, et, déterminant les points évanouissants de ces lignes, on peut obtenir la perspective de toute espèce de figure, sans en faire d'abord le dessin original ou géométral; mais lorsque ce dessin original est déjà tracé, on peut employer, pour le mettre en perspective, des procédés plus simples que ceux que nous venons d'indiquer, et quelquefois même il est plus commode de le construire d'abord pour en déduire le perspectif, que de tracer immédiatement celui-ci comme nous l'avons fait jusqu'à présent.

Nous allons indiquer la méthode que l'on peut suivre avec le plus d'avantage en adoptant cette nouvelle marche; nous donnerons ensuite le moyen d'obtenir, par un procédé analogue, la perspective des figures situées dans des plans verticaux, et nous appliquerons cette même méthode à la perspective des lignes courbes et des figures régulières qui se déterminent par le moyen du cercle.

64. Placez le dessin géométral donné au-dessous de la base du tableau LL' , comme $ABFGH$ (fig. 41), dans une position conforme à celle que la figure originale occuperait par rapport à cette base et au point principal $C(1)$.

Des points A, B, F, G, H , abaissez des perpendiculaires sur la base LL' , et des pieds de ces perpendiculaires menez des droites au point principal; par ces mêmes points, menez des parallèles à la ligne LL' , jusqu'à la rencontre de la perpendiculaire extrême mA prolongée autant qu'il sera nécessaire; prenez les distances $m-1$, $m-2$, etc., respectivement égales à ma' , mA , mr' , etc.; par les points 1, 2, 3, 4, menez, jusqu'à la rencontre de mC , des droites dirigées au point de distance D ; par les points 5, 6, 7, menez des parallèles à la base du tableau terminée la première à la ligne qC , la seconde à la ligne rC , la troisième à la ligne pC , et les points a, b, f, g, h seront les sommets de la perspective demandée.

Démonstration. Les lignes mC , nC , pC , etc., représentent des horizontales perpendiculaires en m, n, p , etc., à la base du tableau; de plus, les lignes 1-5, 2-6, etc., étant dirigées au point de distance, les distances $m-5$, ma , $m-6$, etc., sont perspectivement

égales, la première à $m-1$ ou mr' , la seconde à $m-2$ ou MA , la troisième à $m-3$ ou mr' , etc. D'ailleurs ph est perspectivelement égale à $m-7$, rg à $m-6$, etc.; donc les points a, b, f, g, h , représentent en effet des points situés dans le plan principal, par rapport à la base LL' , comme les points A, B, F, G, H sont situés dans la partie inférieure du plan du tableau par rapport à cette même base.

Remarque I. Nous aurions pu nous borner à renvoyer, pour la solution de cette dernière question, à l'article 38, où nous avons donné le moyen de trouver la perspective d'un point situé dans le plan principal et connu de position; car il est clair qu'en répétant pour chacun des points A, B, F, G, H la construction que nous avons indiquée à cet article, on aurait obtenu tous les points nécessaires à la détermination de la perspective demandée. C'en est donc que pour éviter la confusion dans les lignes qu'il eût fallu tracer, que nous avons d'abord déterminé les distances respectives de tous les sommets à la base du tableau sur la même ligne fuyante mC .

Remarque II. Comme les lignes dirigées au point D ne sont employées dans cette opération que pour obtenir sur la ligne mC les sections 5, a , 6, 7, on pourrait substituer à ce point un point situé à la moitié, au tiers ou au quart de la distance CD , pourvu que l'on prit pareillement les distances $m-1$, $m-2$, etc., respectivement égales à la moitié, au tiers ou au quart des distances mr' , MA , etc. (51.)

Remarque III. Suivant la méthode que nous venons d'exposer, le géométral doit se trouver placé, par rapport à la base du tableau, en sens contraire de ce que l'on veut obtenir au perspectif. On évitera qu'il en soit ainsi, en transportant d'abord la base du tableau parallèlement à elle-même en ll' (fig. 42); en sorte que le géométral puisse être placé au-dessus de cette ligne, comme il devrait l'être au-dessous de LL' , suivant ce que nous avons dit d'abord, et opérant ensuite comme à la figure précédente, en observant seulement de prendre les distances $m-1$, $m-2$, $m-3$, $m-4$ respectivement égales à $m'p'$, $m'r'$, $m'A$, $m'n'$.

Au reste, nous n'avons supposé le géométral et le perspectif tracés dans un même plan; et situés l'un au-dessous de l'autre, qu'afin que l'on pût suivre avec plus de facilité le détail de l'opération; mais il est aisé de concevoir que, chaque fois que cette disposition n'est pas commandée par quelque raison particulière, on peut éviter de s'y assujettir, et que, pour déterminer tous les points nécessaires à la construction du perspectif, il suffit de tracer sur le dessin géométral une ligne propre à y représenter la base du tableau dans sa grandeur réelle et dans la position qu'elle devrait occuper

Il est visible que l'on ne sera jamais dans la nécessité d'avoir recours à cette méthode toutes les fois que la figure originale sera telle de forme et de position que l'on puisse la diviser en deux parties symétriques par une parallèle à la base du tableau, puisqu'elle donnerait alors le même résultat que celle que nous avons indiquée en premier lieu.

sur le plan principal, de projeter sur cette ligne les divers points du géométral, de mesurer les distances de ces mêmes points à leurs projections, et de reporter ces projections et ces distances sur la base du tableau, en comptant les dernières à partir de l'une des projections extrêmes.

Remarque III. D'après cette dernière observation, on voit que l'on obtiendrait encore sans difficulté le perspectif, lors même qu'il devrait être construit sur une échelle autre que celle du géométral, et qu'il suffirait pour cela d'établir, tant entre la base du tableau et la ligne propre à la représenter sur le dessin géométral, qu'entre les divisions de ces deux lignes, les mêmes rapports qu'auraient entre elles les parties correspondantes des deux échelles.

Remarque IV. Comme on peut concevoir que la ligne *LL'*, au lieu d'être la base du tableau, ainsi qu'on l'a supposé jusqu'à présent, soit la commune intersection du tableau et d'un plan horizontal quelconque, tout ce que nous venons de dire est évidemment applicable au cas où la figure à mettre en perspective serait située dans un plan horizontal autre que le plan principal.

65. De la perspective par la méthode des carreaux.

Quand le dessin que l'on veut mettre en perspective a beaucoup de détails, on peut employer un procédé plus simple que celui que nous venons de décrire, et conforme à celui dont on fait usage pour copier un dessin dont les proportions doivent être changées.

Ce procédé consiste à tracer, comme nous l'avons déjà dit plus haut, sur le dessin géométral, une ligne destinée à y représenter la base du tableau dans la position qu'elle devrait occuper sur le plan des objets originaux, et dont la grandeur soit à celle de cette même base dans le rapport de l'échelle du géométral à celle du perspectif, à partager cette ligne et la base du tableau, chacune en un même nombre de parties égales; à construire, par le moyen de ces divisions, sur le dessin géométral, un nombre suffisant de carreaux géométraux, et, sur le plan du tableau, un égal nombre de carreaux perspectifs (55), et à reporter ensuite, du géométral au perspectif, et carreau par carreau, tous les points nécessaires à la construction de la perspective demandée.

L'emploi de ce procédé est trop simple pour qu'il puisse être besoin que nous entrions à cet égard dans de plus grands détails, et nous nous bornerons à faire remarquer que l'on pourra ajouter à la précision de l'opération, en partageant au besoin, tant au géométral qu'au perspectif, chaque carreau en triangles, par le moyen de ses diagonales; que s'il se trouve au géométral des lignes parallèles entre elles, on devra, autant que possible, lorsque l'on aura obtenu la perspective de l'une de ces lignes, déterminer son point de rencontre avec l'horizon, afin de pouvoir diriger avec certitude les perspectives des autres vers le même point; enfin que, comme cette dé-

termination sera toujours vague pour les points qui ne seront situés ni à l'intersection de deux des lignes tracées pour former les carreaux, ni à l'intersection de deux diagonales, s'il s'en trouve de tels au géométral dont on veuille avoir la perspective avec exactitude, on devra recourir pour ces points aux différentes constructions que nous avons enseignées.

Remarque. Lorsque le dessin géométral des objets que l'on doit mettre en perspective est donné, on peut désirer de reconnaître d'abord quelles sont les parties de ces objets qui pourront avoir leurs perspectives dans les limites du tableau; or, soit ab (fig. 43) la ligne tracée, suivant ce que nous avons dit, sur le dessin géométral, pour y représenter la base du tableau, si l'on prend sur cette ligne un point c placé comme l'on veut que le point principal soit placé sur la ligne d'horizon, et que l'on mène la ligne co perpendiculaire sur ab et proportionnellement égale à la distance de l'œil au tableau, le point o représentera sur le dessin géométral le site du spectateur ou la projection de l'œil. Cela posé, si l'on conçoit par l'œil deux plans verticaux, dont l'un renferme le point a et l'autre le point b , les traces de ces plans sur celui des objets originaux seront les lignes oa et ob , et les intersections de ces mêmes plans avec celui du tableau, intersections qui seront les perspectives indéfinies des lignes ag et bf , se confondront avec les bords verticaux du tableau (en supposant que l'étendue du tableau soit celle d'un rectangle). Par conséquent, toutes les parties du dessin géométral susceptibles d'avoir leurs perspectives dans les limites du tableau, seront celles qui se trouveront comprises entre les lignes ag et bf indéfiniment prolongées.

D'après cela, si la position du point principal et la distance de l'œil au tableau ne sont pas déterminées, comme nous l'avons supposé, on pourra en disposer de manière que certaines parties des objets originaux se trouvent plus ou moins développées dans la perspective, en recherchant, à l'aide du dessin géométral, quelle position le spectateur devrait occuper sur le plan des objets originaux pour que ces objets fussent vus conformément à l'effet que l'on voudrait obtenir.

Enfin si, dans ce dernier cas, les hauteurs des objets originaux sont aussi données, soit par une élévation géométrale, soit de toute autre manière, on pourra aussi déterminer la distance de la ligne d'horizon à la base du tableau par des considérations semblables; car supposons, par exemple, que le point x représente sur le dessin géométral le pied d'un objet que l'on veut faire apercevoir par-dessus un mur placé en n , et dont la hauteur originale est donnée en pq , si l'on trace la ligne ox , que l'on reporte cette ligne en un endroit quelconque du dessin géométral, en y marquant le point n à la distance à laquelle il se trouve du point o , que l'on mène les lignes nq et oO (fig. 43 a) perpendiculaires l'une et l'autre à ox , que l'on prenne nq égale à pq , et que l'on trace la ligne xq prolongée jusqu'à la rencontre de oO ,

la hauteur oO sera, dans le rapport de l'échelle du géométral à l'échelle du perspectif, celle à laquelle il faudra mettre la ligne d'horizon dans le tableau.

66. *Perspective d'une figure située dans un plan vertical, et dont le dessin géométral est donné.* (Fig. 44.)

Soit LL' la base du tableau, et soit la ligne AE , qui rencontre la ligne d'horizon au point E , pour la perspective de la commune intersection du plan principal et du plan de la figure originale.

Élevez au point A la verticale AB qui sera la commune intersection du tableau et du plan de la figure originale; placez le dessin géométral donné à droite de la ligne AB , comme $MNPQR$, dans une position conforme à celle que la figure originale occuperait derrière le tableau par rapport à cette même ligne; par tous les points M, N, P, Q, R , menez des parallèles à la base LL' , et des points où ces parallèles rencontreront la ligne AB menez des droites au point E ; des mêmes points M, N, P , etc., abaissez des perpendiculaires sur la base du tableau; prenez les distances $A-1, A-2, A-3$, respectivement égales à Au, At, As ; déterminez sur AE les parties $A-1, A-5, A-6$, de manière qu'elles soient perspectivement égales, la première à $A-1$, la seconde à $A-2$, la troisième à $A-3$; enfin, par les points $1, 5, 6$, élevez les verticales $1-m, 5-q$ et $6-r$; les intersections de ces verticales avec les droites menées des points y, y' , etc., au point E seront les sommets de la perspective demandée.

Démonstration. Les lignes xE, yE, zE , etc., représentent des perpendiculaires à la ligne AB menées dans le plan de la figure originale par les points x, y, z , etc.; en second lieu, à cause des parallèles $AB, 1-m, 5-q, 6-r$, on a $1x$ perspectivement égale à $A-6, xq$ et $x'p$ perspectivement égales à $A-5, ym$ et $y'n$ perspectivement égales à $A-1$. D'ailleurs les parties $A-6, A-5, A-1$ de la ligne AE , représentent des grandeurs respectivement égales à $A-3, A-2, A-1$, ou à As, At, Au ; donc les points m, n, p, q, r , représentent en effet des points situés, par rapport à la ligne AB , dans le plan de la figure originale, comme les points M, N, P, Q, R , sont situés dans le plan du tableau par rapport à cette même ligne.

Remarque I. On appliquera sans difficulté à cette dernière opération toutes les observations que nous avons présentées au sujet de celle de l'article 64, dans les remarques II et III, et l'on en déduira que, si l'on voulait éviter que le géométral et le perspectif se trouvassent disposés, par rapport à la ligne AB , en sens inverse l'un de l'autre, il suffirait de transporter d'abord cette ligne AB parallèlement à elle-même en $A'B'$, de telle sorte que le dessin géométral pût être placé à gauche de cette ligne, comme il devrait l'être à droite de AB suivant ce que nous avons dit en premier lieu, puis de prendre les distances $A-1, A-2, A-3$, respectivement égales à $A's, A't, A'u$; que l'on pourrait se dispenser de reporter le dessin géométral sur le

plan du tableau, et qu'enfin l'on pourrait aisément construire au besoin le perspectif sur une échelle autre que celle du géométral.

Remarque II. Si l'on divisait le dessin géométral en carreaux, on obtiendrait la perspective de ces carreaux en prenant sur AB une suite de parties égales entre elles et de même grandeur que les côtés de ces carreaux, déterminant sur AE une suite de parties perspectivement égales entre elles et à ces mêmes côtés, puis, élevant des verticales par tous les points de division de AE , et menant par tous ceux de AB des droites dirigées au point E , ce qui fournit le moyen d'employer, au lieu de la méthode que nous venons de développer, un procédé semblable à celui que nous avons indiqué dans l'article précédent pour les figures dont le plan est horizontal.

67. *Perspective d'une circonférence de cercle dont le plan est horizontal.*
(Fig. 45 et 46.)

Soit la ligne ab parallèle à l'horizon pour la perspective de l'un des diamètres du cercle original.

Menez par les points a et b les droites fc et gc dirigées au point principal; par le milieu o de ab menez la ligne gi dirigée à l'un des points de distance; et par les points d'intersection de cette ligne avec les droites fc et gc menez les lignes hi et gf parallèles à ab .

Ayant ainsi construit le carré perspectif $fghi$ dans lequel la perspective demandée devra se trouver inscrite, menez par o une droite dirigée au point principal, et les points l et k seront les points dans lesquels cette perspective devra toucher les lignes hi et gf .

Sur la ligne fg , comme diamètre, décrivez la demi-circonférence géométrale $fpqg$; achevez le rectangle $fmng$ circonscrit à cette demi-circonférence, et menez les lignes km et kn . Dans le carré perspectif $fghi$ menez la diagonale fh qui devra passer par le point o ; des points p et q de la circonférence géométrale abaissez sur le diamètre fg les perpendiculaires pr et qs , et des points r et s menez des droites au point principal; les quatre points u, v, u', v' , donnés par les intersections de ces droites avec les diagonales fh et gi , et qui devront se trouver deux à deux sur une même parallèle au diamètre ab , appartiendront à la courbe perspective cherchée.

(Fig. 46.) Enfin si, à l'aide de ces quatre points et des points a, b, l, k , vous ne pouvez encore décrire cette courbe avec assez de précision, menez à volubté la ligne 2-2 parallèle au diamètre fg ; des points d'intersection de cette parallèle avec la demi-circonférence $fpqg$ et avec les droites km et kn , abaissez sur ce même diamètre les perpendiculaires 1-4 et 2-5; par les points 4 et 5, menez des droites dirigées au point principal; et par les intersections des droites 5-C avec les diagonales perspectives fh et gi , et par celles des droites 4-C avec ces mêmes diagonales, faites passer des

droites; ces droites, qui devront se trouver parallèles au diamètre ab , en coupant, les unes les lignes 4- C , les autres les lignes 5- C , feront connaître de chaque côté du diamètre perspectif kl quatre nouveaux points 6, 7, 8, 9, qui appartiendront aussi à la circonférence perspective cherchée, comme on s'en assurera en observant que si, par les intersections de la demi-circonférence géométrale $fpqg$ avec les perpendiculaires 2-5, ou même la ligne 3-3, cette ligne devra être parallèle au diamètre fg , et devra rencontrer les lignes km et kn à leurs intersections avec les perpendiculaires 1-4.

Remarque I. On pourrait, dans la seconde partie de la construction que nous venons d'indiquer, mener la parallèle 2-2, de telle sorte que les points 1 soient les milieux des arcs, tp et tq ; alors les points 5 seraient pareillement les milieux respectifs des arcs pf et qg , en sorte que les points que l'on obtiendrait pour déterminer la circonférence perspective la diviseraient en seize parties perspectivement égales entre elles; et si l'on voulait, en répétant cette construction, obtenir un plus grand nombre de ces points, on pourrait faire en sorte qu'ils divisassent chacune de ces seize parties en deux parties perspectivement égales.

Remarque II. Si le diamètre perspectif que l'on a déterminé en premier lieu est dirigé au point principal comme kl , on mènera, par le milieu perspectif o de ce diamètre, une parallèle à l'horizon; on déterminera sur cette parallèle, et de part et d'autre du point o , deux parties oa et ob perspectivement égales à ol et ok , en menant pour cela des deux points l et k , jusqu'à la rencontre de cette parallèle, deux droites dirigées à l'un des points de distance, ou de l'un de ces points l et k , et jusqu'à la rencontre de cette parallèle, deux droites dirigées à l'un et à l'autre des points de distance; puis on achèvera la construction comme ci-dessus.

Et si le diamètre perspectif que l'on a déterminé en premier lieu est dirigé à un point de l'horizon autre que le point principal, on mènera encore par le milieu perspectif de ce diamètre une parallèle à l'horizon, puis on déterminera sur cette parallèle, de part et d'autre de ce milieu perspectif, des parties perspectivement égales à l'une ou à l'autre des moitiés perspectives de ce diamètre (41. 2^e rem. III), ce qui fera connaître le diamètre ab ; et l'on achèvera la construction de la même manière.

68. Perspective d'une circonférence de cercle dont le plan est vertical. (Fig. 47.)

Soit la ligne ab perpendiculaire à la ligne d'horizon pour la perspective de l'un des diamètres du cercle original, et soit la ligne gaC , qui rencontre la ligne d'horizon au point C , pour la perspective de la trace horizontale du plan de ce cercle.

Menez par a la ligne ab' parallèle à l'horizon et égale à ab ; par le milieu o' de cette ligne menez l'une des droites $f'o'i$, $h'o'g$, de manière à faire sur la ligne gc l'une des parties ai ou ag perspectivement égale à ao' ; menez par b' une droite di-

rigée au point C , et, par l'intersection de cette droite avec celle des deux lignes $ioff'$ ou $go'h'$ que vous aurez employée, menez une parallèle à ab' ; puis, par les points g et i menez des parallèles à ab ; prenez gf égale à gf , ih égale à ih ; et par les points f et h menez une droite qui devra être dirigée au point C .

Ayant ainsi construit le carré perspectif $gfhi$, dans lequel la courbe perspective cherchée devra se trouver inscrite, menez, par le point I , milieu de ih , et par le point k , milieu de fg , la ligne Ik qui devra passer par le milieu o de ab' et se trouver en même temps perspectivement parallèle aux lignes gi et fh , et les points I et k seront les points dans lesquels cette courbe perspective devra toucher les côtés ih et gf .

Décrivez sur la ligne gf , comme diamètre, la demi-circonférence géométrale $fpgg$; construisez le rectangle $f'mng$, menez les diagonales km et kn , et, de leurs intersections avec la demi-circonférence, abaissez sur le diamètre gf les perpendiculaires pr' et qs' . Menez les diagonales if et gh , qui devront se couper au point o ; prenez les parties gs et gr égales, la première à gs' , la seconde à gr' , et, des points r et s , menez des droites au point C ; les quatre points u, v, u', v' , donnés par les intersections de ces droites avec les diagonales perspectives if et gh , et qui devront se trouver deux à deux sur des droites parallèles au diamètre ab , appartiendront à la circonférence perspective cherchée.

Enfin si, à l'aide de ces quatre points et des points a, b, l, k , vous ne pouvez tracer cette circonférence avec assez de précision, faites au géométral la même opération que dans l'article précédent (fig. 46). Prenez sur la ligne gf les parties $g-5$ et $g-4$ respectivement égales aux parties $g-5$ et $g-4$ de la ligne gf ; par les points 4 et 5 de la ligne gf , menez des lignes dirigées au point C ; et, par les intersections des droites menées des points 4 avec les diagonales perspectives gh et if , et par celles des droites menées des points 5 avec les mêmes diagonales, faites passer des droites; ces droites, qui devront être parallèles à ab , en coupant les unes les lignes menées des points 5 au point C , et les autres les lignes menées des points 4 à ce même point, feront connaître, de chaque côté du diamètre kl , quatre nouveaux points 6, 7, 8, 9, qui appartiendront aussi à la courbe perspective cherchée.

Remarque I. On peut appliquer à cette dernière opération les observations que nous avons présentées au sujet de la précédente dans la remarque I.

Remarque II. Si le diamètre de la circonférence originale dont on a déterminé en premier lieu la perspective est horizontal, de telle sorte que cette perspective soit Ik , le seul cas que nous puissions examiner ici avec celui que nous venons de traiter, on mènera, par le milieu perspectif o de ce diamètre, une parallèle à la ligne d'horizon, on déterminera sur cette parallèle une partie perspectivement égale à l'une ou à l'autre des parties of et ok , on portera cette partie de part et d'autre du point o sur une perpendiculaire à l'horizon menée par ce point, ce qui fera connaître le diamètre perspec-

til ab ; puis on mènera, par les points a et b , deux droites perspectivement parallèles à lk ; et, par les points l et k , deux droites géométriquement parallèles à ab , ce qui construira le carré perspectif $fgih$; on décrira sur la ligne gf égale à gf , comme diamètre, une demi-circonférence géométrale $fpqg$; et l'on achèvera la construction de même que ci-dessus.

Remarque III. La construction que nous venons d'exposer est indépendante de la position du point évanouissant des lignes lk et gi ; seulement, si ces lignes sont dirigées au point principal, celle des lignes if' ou gh' que l'on jugera à propos d'employer pour la première partie de l'opération, sera dirigée à l'un des points de distance, en sorte que le quadrilatère $f'gih'$ sera la perspective d'un carré; tandis que dans tout autre cas cette ligne devra être dirigée à un autre point de l'horizon, en sorte que ce quadrilatère ne sera plus que la perspective d'un losange.

69. *Perspective d'un polygone régulier dont le plan est horizontal.* (Fig. 48 et 48 a.)

Soit la ligne ab dirigée à un point quelconque de la ligne d'horizon pour la perspective de l'un des diamètres de la figure originale.

Déterminez le point E pour le point évanouissant des lignes perpendiculaires à l'originale de ab , et le point E' pour celui des lignes qui feraient avec cette même originale des angles demi-droits (le point principal est C , et la distance est double de CD); cherchez le milieu perspectif de ab ; par ce milieu o menez la ligne $E'o$; par les points a et b menez des droites dirigées au point E , et, par les intersections de ces droites avec la ligne $E'o$, menez des parallèles perspectives à ab .

Le carré perspectif $fgih$ étant ainsi construit, tracez le demi-cercle géométral $mpqn$ d'une grandeur quelconque; inscrivez dans ce demi-cercle la moitié d'un polygone semblable au polygone original, qui, dans cet exemple, est un décagone; par les points p, r, s, q , menez les droites $p-1, r-2$, etc., perpendiculaires au diamètre mn , et les droites $p-5, r-6$, parallèles à ce même diamètre et terminées à la rencontre d'une parallèle aux lignes $p-1, r-2$, etc., menée par le point n ; et par l , milieu de la demi-circonférence $mpqn$, menez la droite $l-7$ aussi parallèle à mn .

Menez par f une parallèle indéfinie à la ligne d'horizon; portez sur cette parallèle les parties $m-1, 1-2, 2-3$, etc., de la fig. 48 a, en $f-1, 1-2, 2-3$, etc., et les parties $7-6, 6-5, n-5$ de cette même figure, d'abord en $f-5, 5-6, 6-7$, ensuite et dans un ordre inverse, en $7-8, 8-9, 9-u$; puis menez, par les points u et l , la droite ul prolongée jusqu'à la ligne d'horizon en X , et par les points l et g , la droite lg prolongée jusqu'à la rencontre de cette même ligne en Y ; et menez, par les points $1, 2, 3, 4$, des droites dirigées au point Y , et, par les points $5, 6, 7, 8, 9$, des droites dirigées au point X .

Enfin, les côtés *fg* et *fi* du carré perspectif *fghi* étant ainsi divisés en parties respectivement proportionnelles aux divisions respectives des lignes *mn* et *n-7* (42), menez, par tous les points de division du premier de ces côtés, des droites dirigées au point *E*, et, par tous ceux du second, des droites perspectivement parallèles à *ab*; ces droites, par leurs intersections respectives, vous feront connaître les sommets du polygone perspectif, ainsi que l'indique la figure, où nous ne les avons point marquées dans l'intérieur de ce polygone, afin d'éviter la confusion qui en serait résultée.

Remarque. Si le polygone original est tel qu'il se trouve un nombre exact de parties dans chacune des parties *ml* et *nl* de la demi-circonférence géométrale *mpqn*, les parties que l'on obtiendra sur les lignes *mn* et *n-7* seront respectivement égales entre elles; par suite, lorsque l'on aura mené, suivant ce que nous avons dit plus haut, par tous les points de division de *fg*, des lignes dirigées au point *E*, les intersections de ces lignes avec les deux diagonales du carré perspectif *fghi*, suffiront pour déterminer les parallèles perspectives au diamètre *ab* que l'on aura à employer pour connaître sur ces lignes les sommets du polygone perspectif; et, en profitant de cette remarque, on pourra employer avec avantage le procédé que nous venons de décrire pour tracer la perspective d'un cercle, lorsque l'on aura, suivant une ligne dirigée à un point de l'horizon autre que le point principal, la perspective du diamètre de ce cercle, et que des points de l'horizon vers lesquels seront dirigées cette ligne et celles qui lui seront respectivement perpendiculaires, il s'en trouvera au moins un d'accessible.

70. *De la perspective d'une ellipse dont le plan est horizontal ou vertical.* (Fig. 49.)

Après avoir déterminé la perspective des axes principaux de l'ellipse originale, et celle d'un rectangle supposé construit sur ces axes, et circonscrit à cette ellipse, on regardera cette dernière perspective comme celle d'un carré, et, sous cette hypothèse, on opérera comme si la figure originale était un cercle; seulement on devra observer que si, le plan de l'ellipse originale étant horizontal, les axes sont obliques par rapport au tableau, on ne pourra plus faire usage de ce que nous avons dit à l'art. 67, rem. II, puisqu'il n'en est pas de l'ellipse comme du cercle, où tous les diamètres sont égaux; en sorte qu'il faudra alors avoir recours à la méthode qui a été indiquée dans l'article précédent. (Voyez la remarque.)

Démonstration. (Fig. 49.) Soit le quart d'ellipse *ab*, dont les demi-axes soient *ac* et *cb*; décrivons le quart de circonférence *ae*, construisons les rectangles *aceg*, *acbf*, et menons les diagonales *cg* et *cf*. Il suffira, pour établir la légitimité de ce que nous venons de dire, de faire voir que, si l'on mène à volonté la ligne 1-2 parallèle à *ab*, que l'on mène les lignes 1-*p* et 2-*q* perpendiculaires sur cette même droite *ab*, et que, par les intersections de ces perpendiculaires avec la diagonale *cf*, on mène les

lignes 6-5 et 3-4, les points 4 et 5 appartiendront à l'ellipse; or, c'est ce qui résulte de cette propriété, que les ordonnées de l'ellipse sont aux ordonnées correspondantes de la circonférence dans le rapport du petit axe au grand, et de ce que si, par 7, intersection de la perpendiculaire 1-p avec la diagonale cg , on mène une parallèle à ca , le point 8, intersection de cette parallèle avec la perpendiculaire 2-q, appartiendra à la circonférence; car, dans les triangles afc , $q-3-c$, on a $af : ac = 3-q : qc$, d'où $cb : ca = 3-q : 2-q = 4-p : 1-p$; et, dans les triangles afc et $p-6-c$, on a de même $af : ac = 6-p : pc$; d'où $bc : ca = 6-p : 7-p = 5-q : 8-q$.

§ III. EXEMPLES DE LA PERSPECTIVE DES SOLIDES.

N. B. Les pratiques que nous allons exposer dans ce paragraphe, pour la perspective des solides, ne pouvant, d'après tout ce qui précède, présenter aucune difficulté au lecteur, nous nous dispenserons d'en donner les démonstrations, et nous nous bornerons à indiquer au besoin les articles auxquels il faudra recourir pour les trouver.

71. *Perspective d'un parallélépipède rectangle dont les faces sont, les unes parallèles, et les autres perpendiculaires au tableau.* (Fig. 50.)

Ayant tracé en $abfg$ la perspective de la base du parallélépipède original, menez, par les points a, b, f, g , des droites perpendiculaires à la ligne d'horizon; sur la première de ces droites, déterminez convenablement la hauteur ah pour la perspective de celle du solide original (46); puis menez hk parallèle à l'horizon, hm et kl dirigées au point principal, et joignez les points l et m par une droite qui devra être parallèle à hk , si la construction a été bien faite.

72. *Perspective d'un prisme polygonal droit.* (Fig. 51.)

Première construction. Ayant tracé en $abfghi$ la perspective de la base du prisme original, menez, par tous les points a, b, f , etc., des droites perpendiculaires à la ligne d'horizon; sur la première de ces droites, déterminez convenablement la hauteur al pour la perspective de celle du solide original, puis menez lm parallèle à ab , mn perspectivement parallèle à bf , np perspectivement parallèle à fg , et ainsi de suite jusqu'à ce que vous ayez achevé le polygone $mapqrl$ dont le dernier côté devra aboutir au point l , si la construction a été bien faite.

Deuxième construction. Ayant tracé, comme ci-dessus, la base perspective $abfghi$, et mené, par tous les points a, b, f , etc., des perpendiculaires indéfinies à la ligne d'horizon, prenez, en un endroit quelconque de la base du tableau, la distance 1-2 géométriquement égale à la hauteur du prisme original; menez des points 1 et 2 à un même point de l'horizon les droites 1-C et 2-C; par les divers points a, b, f , etc.,

menez des parallèles à l'horizon terminées sur $2-C$; reportez les distances respectives 3-4, 5-6, 7-8, sur les verticales élevées par les points a et b , f et i , g et h (46, rem. I), et joignez deux à deux, par des droites, les extrémités des hauteurs ainsi déterminées pour celles des perspectives des arêtes du prisme original.

Remarque. On obtiendrait aisément, par cette dernière pratique, la perspective de tout corps ou objet compris sous des faces planes, et dont on aurait le plan géométral et l'élévation géométrale; car, lorsque l'on aurait obtenu, en suivant les méthodes qui ont été exposées dans les deux paragraphes précédents, la perspective de ce plan géométral, il ne resterait plus qu'à déterminer, sur un certain nombre de verticales élevées par différents points de cette perspective, les perspectives des hauteurs originales données par l'élévation, ce que l'on ferait sans difficulté d'après l'exemple que nous venons de traiter, lors même que ces hauteurs ne seraient point égales entre elles.

73. Perspective d'une pyramide régulière. (Fig. 52.)

Ayant tracé en $abfghi$ la perspective de la base de la pyramide originale, et déterminé la perspective o de son centre, menez par ce point o la ligne os perpendiculaire à la ligne d'horizon et d'une hauteur convenable, et, du point s , menez des droites à chacun des points a , b , f , etc.

74. Perspective d'un cylindre droit à base circulaire. (Fig. 53.)

Ayant tracé en $abfg$ la perspective de la base inférieure du cylindre original (67), menez, par le point o , perspective du centre de cette base, la ligne oo' perpendiculaire à la ligne d'horizon et d'une hauteur convenable; menez par o' une parallèle à la ligne d'horizon; prenez, sur cette parallèle, les parties $o'k$ et $o'h$ égales entre elles et à oa ou ob ; décrivez sur hk , comme diamètre, une circonférence perspective; enfin menez, comme l'indique la figure, deux droites qui touchent en même temps les deux circonférences perspectives o et o' ; et ces droites, qui devront être parallèles à oo' , si la construction a été bien faite, achèveront la perspective du contour apparent du cylindre original.

Remarque. On peut abréger la construction de la circonférence perspective $khlm$; car, en construisant le parallélepède perspectif 1-2-3-4-5-6-7-8, menant les diagonales 5-7 et 6-8, et la droite lm dirigée au point principal, puis menant, par les points g et f , et par les intersections de la courbe $afbg$ avec les diagonales 1-3 et 4-8, des perpendiculaires à l'horizon respectivement terminées à leurs rencontres avec ces différentes lignes, on obtiendra six points qui, avec les deux points h et k , suffiront pour déterminer cette circonférence.

75. *Perspective d'un cône droit à base circulaire.* (Fig. 54.)

Ayant tracé en *abfg* la perspective de la base du cône original, menez par le point *o*, perspective du centre de cette base, la ligne *os* perpendiculaire à la ligne d'horizon et d'une hauteur convenable, et, par le point *s*, menez deux droites tangentes à la courbe *abfg*; ces droites achèveront la perspective du contour apparent de ce cône¹.

 76. *Perspective d'un prisme droit couché horizontalement et dont les bases sont parallèles au tableau.* (Fig. 55.)

Ayant tracé, dans des proportions convenables, le polygone *abfghi*, semblable aux bases du prisme original, pour la perspective de l'une de ces bases (29), menez, par les différents points *a, b, f*, etc., des droites dirigées au point principal; déterminez convenablement la longueur *al* pour la perspective de celle du solide original, et menez *lm* parallèle à *ai*, *mn* parallèle à *ih*, et ainsi de suite, jusqu'à ce que vous ayez achevé la perspective de la seconde base de ce solide, perspective dont le dernier côté devra aboutir au point *l*, si la construction a été bien faite.

 77. *Perspective d'un cylindre droit couché horizontalement et dont les bases sont parallèles au tableau.* (Fig. 56.)

Ayant tracé géométriquement et d'un rayon convenable le cercle *o* pour la perspective de la base antérieure du cylindre original, menez la ligne *oa* perpendiculaire à la ligne d'horizon, et les lignes *oo'* et *ab* dirigées au point principal; déterminez convenablement la longueur *ab* pour la perspective de celle de l'axe de ce cylindre; menez *bo'* parallèle à *oa*; du point *o'*, comme centre, et d'un rayon égal à *o'b*, décrivez une circonférence; enfin, menez deux droites qui touchent en même temps chacune des circonférences *o* et *o'*; et ces droites, qui devront être dirigées au point principal, si la construction a été bien faite, achèveront la perspective demandée.

Remarque. D'après ces deux derniers exemples, et celui que nous avons traité à l'article 68, on tracerait aisément la perspective d'un cylindre droit couché horizontalement, et dont les bases ne seraient point parallèles au tableau. Nous ne nous arrêterons pas à cette nouvelle application; mais nous ferons remarquer que, si l'on

¹ La partie visible de la surface convexe d'un cylindre ou d'un cône est la partie de cette surface qui se trouve comprise entre les deux plans tangents que l'on peut lui mener par l'œil, et les deux droites de contact forment le contour apparent de cette surface; or, ces plans passant par l'œil, leurs perspectives se réduisent aux droites suivant lesquelles ils coupent le tableau, et par conséquent ces droites sont les perspectives indéfinies des lignes qui forment le contour apparent du cylindre ou du cône original; mais il est visible que les traces de ces plans tangents sur le tableau doivent être tangentes aux perspectives des bases de ce cylindre ou de ce cône.

voulait obtenir, par une semblable méthode, la perspective d'un prisme droit couché horizontalement, et dont les bases ne fussent point parallèles au tableau, il faudrait, après avoir tracé la perspective de l'une de ces bases (66), et les perspectives indéfinies des arêtes latérales de ce prisme, déterminer la longueur de chacune de ces arêtes perspectives, en recherchant perspectivement leurs projections sur le plan principal, et opérant d'abord sur ces projections, comme nous l'avons pratiqué à l'égard de l'axe du cylindre représenté dans cette dernière figure.

78. *Perspective d'une charpente composée de plusieurs montants assemblés par des traverses horizontales.* (Fig. 57.)

La construction de cette figure ne peut présenter aucune difficulté, si l'on se reporte d'abord à ce que nous avons dit à l'égard de la figure 36 (58), et nous ne pensons pas qu'il soit nécessaire d'en donner ici l'explication.

79. *Perspective d'un berceau.* (Fig. 58.)

Ayant tracé la perspective des montants et des deux traverses que l'on voit représentés sur la figure, menez, par les points 1, 2, 3, etc., des droites parallèles à la ligne d'horizon, et, par le point o , milieu de la distance 1-4, la ligne oo'' dirigée au point principal; puis, des points o, o', o'' , etc., comme centres, avec les rayons successifs $o-1$, $o-5$, $o'-2$, $o'-6$, $o''-3$, $o''-7$, etc., décrivez des demi-circonférences, et menez la droite 8-9 dirigée au point principal et tracée de manière à toucher à la fois toutes les circonférences extérieures (77); la perspective des pièces cintrées du berceau sera formée par le moyen de cette droite et de ces demi-circonférences comme l'indique la figure.

80. *Perspective d'une suite d'arcades.* (Fig. 59.)

Après avoir tracé la perspective des piliers, menez du point o , milieu de ab , une droite dirigée au point principal, et des points o et o' , comme centres, décrivez les deux parties de circonférence $a'ga$ et $h'k$ pour la perspective des deux cintres la première arcade qui, dans cet exemple, est supposée parallèle au tableau; construisez le rectangle $a'abb'$, tracez les diagonales $a'b$, et ab' , puis, par les intersections de ces diagonales avec la demi-circonférence $a'ga$, menez ii' qui devra être parallèle à bb' , et prolongez les droites ii' et bb' , d'une part, jusqu'à la rencontre de Fm , et de l'autre, jusqu'à la rencontre de Fm' . Menez $m-3$ dirigée au point principal; construisez les rectangles perspectifs 1-2-3-4, et tracez les diagonales de chacun de ces rectangles; par les intersections de ces diagonales élevez les verticales 5-6 terminées sur $m-3$, puis menez par l une droite dirigée au point principal; les points d'intersection de cette droite avec les diagonales 1-3 et 2-4 appartiendront aux perspectives

des cintres extérieurs des arcades fuyantes qui, devant prendre leur naissance aux points 1 et 4, et toucher l'horizontale perspective $m-3$ aux points 6, se trouveront ainsi suffisamment déterminés.

Enfin, menez par les points n, b, n', b', l, m' des droites dirigées au point principal; puis, par les points 1, 4, 6, et par les intersections de la ligne menée de l au point principal avec les diagonales 1-3 et 2-4, menez des parallèles à la ligne d'horizon, comme 4-7; les points donnés par les intersections respectives de ces différentes lignes que nous n'avons indiquées qu'en partie sur la figure, pour éviter la confusion qu'elles y auraient occasionnée, appartiendront aux perspectives des cintres intérieurs de ces mêmes arcades et à celles des cintres des arcades fuyantes vus intérieurement; et quant aux cintres de l'arcade parallèle au tableau qui termine la galerie, leurs perspectives seront des parties de circonférence dont les centres se trouveront aux intersections de la droite menée de o au point principal avec les parallèles à l'horizon qui devront leur servir de diamètres.

Remarque. Bien que les cintres des arcades représentées dans cette figure soient circulaires, il est aisé de voir que le procédé que nous venons d'indiquer conviendrait également au cas où l'on aurait à construire la perspective d'une suite d'arcades dont les cintres fussent elliptiques ou paraboliques ou en arc de cloître.

81. *Perspective d'une porte cintrée tournée obliquement par rapport au tableau.* (Fig. 60.) (Le point principal est C et la distance est CD .)

Ayant tracé la perspective des piliers de la porte à représenter, et pris la hauteur af égale à la moitié de l'ouverture représentée perspectivement en ab , tracez dans le rectangle $afhb$ la demi-circonférence perspective agb (68) qui sera la perspective du premier cintre de la porte; du point g , milieu perspectif de la courbe agb , et de chacun des autres points qui auront servi à construire cette courbe, comme 1 et 2, abaissez des verticales terminées sur ab ; des points 3, 4, menez des droites dirigées au point E et terminées sur $a'b'$; puis, par les points $o', 5$ et 6, elevez les verticales $o'g', 5-7, 6-8$, et par les points $g, 1, 2$, menez des droites dirigées au point E' et terminées, la première sur $o'g'$, la seconde sur 5-7, la troisième sur 6-8; les points $g', 7$ et 8 appartiendront à la perspective du second cintre de la porte qui, devant prendre sa naissance aux points a' et b' , se trouvera ainsi suffisamment déterminé.

Remarque. D'après ce dernier exemple, on tracerait aisément la perspective d'une suite d'arcades telles que celles que nous avons représentées dans la figure précédente, et situées obliquement par rapport au tableau; car, après avoir tracé la perspective de deux cintres de la première arcade, en opérant comme nous venons de le faire, il suffirait de substituer aux lignes dirigées au point principal, et aux parallèles à l'horizon que nous avons employées dans cette figure, des lignes dirigées à

chacun des deux points évanouissants horizontaux déterminés par la direction de ces arcades.

82. *Perspective d'une voûte d'arête.* (Fig. 61.)

Nous supposons d'abord, 1° que des quatre murs verticaux parallèles deux à deux qui forment les pieds droits de la voûte à mettre en perspective, les uns sont parallèles et les autres perpendiculaires au tableau; 2° que les quatre berceaux cylindriques qui viennent aboutir à l'espace convert par cette voûte, et qui sont deux à deux le prolongement l'un de l'autre, ont pour sections droites des courbes égales, et, sous ces hypothèses, nous exposerons deux procédés différents de construction, dont nous indiquerons ensuite les applications spéciales.

Première construction. Ayant tracé, 1° les carrés perspectifs *hilk* et *abfg*, pour les perspectives des sections des pieds droits par le plan principal et par le plan horizontal des naissances de la voûte, 2° les perspectives des sections des quatre berceaux cylindriques par les plans verticaux conduits suivant les côtés de ces carrés, perspectives qui, sur la figure, sont les courbes *amb*, *apg*, *gnf* et *f-3*, prenez sur le cintre *gnf* un point à volonté, comme 1; menez par ce point la droite 1-2 parallèle à l'horizon et terminée sur la verticale *hg* prolongée; menez par 2 la droite 2-3-6 dirigée au point principal; par les points 3 et 6, intersections de cette droite avec le cintre perspectif *apg*, menez des parallèles à l'horizon, et menez par 1 la droite 1-4-5 dirigée au point principal; les points 4 et 5 appartiendront chacun aux perspectives des arêtes d'intersection; en sorte que si vous répétez cette construction à l'égard du point *n* et d'un certain nombre d'autres points choisis arbitrairement sur le cintre *gnf*, vous obtiendrez le point de concours de ces perspectives, et autant de leurs autres points que vous le jugerez convenable.

Deuxième construction. Ayant tracé, comme ci-dessus, les carrés perspectifs *hilk* et *abfg*, et les courbes perspectives *amb*, *gnf*, *apg* et *f-3*, prenez sur le cintre *gnf* un point à volonté, comme 1; abaissez de ce point la verticale 1-7, terminée sur *lk*; menez, par les points 7 et 1, les droites 7-8-9 et 1-4-5 dirigées au point principal, et par les points 8 et 9, intersections de la première de ces droites avec les diagonales

La première de ces courbes, qui est la perspective d'une section dont le plan est parallèle au tableau, et qui est par conséquent semblable à son originale, est formée de deux arcs de cercle *am* et *mb*, qui ont leurs centres aux deux points de division *o* et *o'* de la droite *ab* partagée en trois parties égales; il en est de même de la courbe *gnf* dont les deux branches ont leurs centres aux points de division de la droite *gf* partagée en trois parties égales, points que l'on peut obtenir en menant par les points *o* et *o'* des droites dirigées au point principal et terminées sur *gf*; et quant aux courbes *apg* et *f-3*, elles se construisent, comme l'indique la figure, par un procédé semblable à celui que nous avons exposé à l'article 80.

ik et lh, élevez des verticales terminées sur 1-4-5. Les points 4 et 5 appartiendront aux perspectives des arêtes d'intersection ; et quant au point de concours de ces perspectives qui, dans cet exemple, échapperait à cette méthode, vous l'obtiendrez en élevant par s, centre du carré perspectif hilk, la verticale sx, et menant par le point p, milieu perspectif de la courbe apg, une parallèle à l'horizon jusqu'à la rencontre de cette verticale.

Remarque I. Les constructions que nous venons d'indiquer s'étendraient facilement au cas où les pieds droits de la voûte à mettre en perspective seraient obliques par rapport au tableau, et même au cas où ces pieds droits seraient entre eux un angle oblique, ce que l'on exprime en disant que la voûte est *biasée* ; et, dans l'un et l'autre de ces deux cas, après avoir tracé convenablement les sections horizontales des pieds droits, et les sections verticales des berceaux cylindriques, il suffirait de remplacer les parallèles à l'horizon et les droites dirigées au point principal que nous avons employées dans cet exemple, par des horizontales perspectivement parallèles aux faces verticales des pieds droits.

Remarque II. Dans la voûte dont nous venons de tracer la perspective, et qui est connue sous le nom de *voûte d'arc de barlongue*, les murs qui servent de pieds droits ne s'étendent pas au delà des quatre verticales représentées en ha, ib, lf et kg, et forment, dans l'intérieur de l'espace voûté, des angles saillants, ainsi que les surfaces cylindriques des berceaux. Lorsque les murs qui servent de pieds droits ne s'étendent au contraire qu'entre ces mêmes verticales, et forment, dans l'intérieur de l'espace voûté, des angles rentrants, ainsi que les surfaces cylindriques des berceaux, la voûte prend le nom d'*arc de cloître*, et sa perspective se trace encore par les mêmes procédés ; seulement on doit observer de ne conserver sur le dessin que les contours qui peuvent être vus.

Remarque III. Les grandes voûtes qui se rachètent, c'est-à-dire dont les surfaces se pénètrent, ont mêmes naissances, sont égales en montée, et sont de plus assujetties à cette condition, que les arêtes d'intersection se projettent sur le plan horizontal des naissances suivant les diagonales de la section des pieds droits par ce plan. Or, lorsque cette section des pieds droits est un carré, il suffit, pour que cette dernière condition soit remplie, que les sections droites des différents berceaux soient des courbes égales, comme nous l'avons supposé dans cet exemple ; mais lorsque la section horizontale des pieds droits est un parallélogramme ou un rectangle, les deux

Quand on fait usage de cette seconde construction, il est clair que l'on peut se dispenser de prolonger les verticales telles que 1-7 jusqu'à la rencontre de la section perspective des pieds droits par le plan principal, en employant, au lieu de cette section, celle de ces mêmes pieds droits par le plan horizontal des naissances ; et si nous en avons agi autrement, ce n'a été que pour éviter la confusion qui en serait résultée dans la figure.

surfaces cylindriques des berceaux doivent avoir pour sections droites des courbes différentes que cette condition fait dépendre l'une de l'autre; et alors il convient de n'employer que la construction qui a été exposée en second lieu, afin d'obtenir les perspectives des arêtes d'intersection à l'aide de celles de ces sections droites dont la nature est plus particulièrement connue, ou que l'on peut construire avec le plus de facilité, et d'en déduire ensuite les perspectives des sections droites de la seconde surface, par une construction semblable à celle que nous avons indiquée d'abord, et faite seulement dans un ordre inverse. Enfin, lorsque les berceaux qui se rachètent ne sont point d'égale montée, les projections des arêtes d'intersection sur le plan des naissances n'étant plus les diagonales de la section des pieds droits par ce plan, et n'étant plus même des droites, on ne peut employer que la première de ces deux constructions.

83. Perspective d'une ouverture cintrée pratiquée dans un mur en tour ronde.
(Fig. 62.)

Ayant tracé les perspectives des sections horizontales des surfaces intérieure et extérieure du mur en tour ronde, déterminez l'espace que doit occuper l'ouverture à représenter, puis menez la corde *ab* et les droites *af* et *bg* perspectivement perpendiculaires à cette corde*, et, par les points *a, b, f, g*, élevez les verticales *al, bk, fm, gn*, terminées au plan horizontal des naissances du cintre de l'ouverture.

Sur *lk*, comme diamètre, construisez la courbe *lpk* pour la perspective de la section droite de la surface cylindrique de cette ouverture; d'un point pris arbitrairement sur cette courbe, comme 1, abaissez la verticale 1-2 terminée sur *ab*, puis, par les points 1 et 2, menez les droites 1-5 et 2-4 dirigées au point évanouissant des lignes *af* et *bg*, et par les points 3 et 4 élevez les verticales 3-5 et 4-6; les points 5 et 6, intersections de ces verticales avec la ligne 1-6, appartiendront aux cintres apparents de l'ouverture; en sorte que, en répétant cette construction pour plusieurs autres points de la courbe *lpk*, vous obtiendrez tel nombre des points de ces cintres que vous le jugerez convenable; et à l'égard de leurs milieux qui échapperaient ici à cette construction, vous les obtiendrez, en menant par les points *p, i* et *h* des parallèles à *ab* terminées, la première à la rencontre de la verticale *al* prolongée, et les deux autres sur *af* aussi prolongée, menant par *q* une parallèle perspective à la ligne *af*, prolon-

* Dans la figure, la corde *ab* est parallèle à l'horizon, et par suite les lignes *af* et *bg* sont dirigées au point principal; mais la construction que nous indiquons est également applicable au cas où cette corde est oblique.

* Cette courbe, qui dans la figure est la perspective d'une section parallèle au tableau, et qui est par conséquent semblable à son originale, est formée de deux arcs de cercle qui ont leurs centres aux extrémités de la droite *lk*.

geant *fm* jusqu'à la rencontre de cette ligne, élevant *x-7*, et menant par les points 7 et 8 des parallèles à *ab* terminées sur la verticale *ip*.

Remarque. Le lecteur devra s'attacher à la construction que nous venons d'employer pour déterminer les points *r* et *s*, à cause de la nécessité où l'on est d'y recourir chaque fois qu'il se rencontre des points que l'on ne peut obtenir directement, parce que les lignes qui les donneraient par leurs intersections se confondent en une seule; et il apercevra aisément qu'elle consiste à projeter toutes ces droites sur un plan parallèle à celui dans lequel elles devraient être tracées, ce qui fait connaître les projections des points cherchés sur ce plan, et détermine par suite ces points eux-mêmes.

83. *Perspective du battant d'une porte dont l'ouverture est située dans un plan parallèle au tableau.* (Fig. 63.)

Ayant tracé la perspective de l'ouverture de la porte et de son épaisseur, prenez *ag* géométriquement égale à *ab*, menez *gf* et *bh* dirigées au point principal, *ah* ou *af* dirigée à l'un des points de distance, et *fh* parallèle à *bg*; dans le demi-carré perspectif *bgfh* décrivez une demi-circonférence perspective; menez convenablement *a-2* pour la direction du battant, prolongez cette droite jusqu'à l'horizon en *E*, élevez par 2 une verticale indéfinie, et menez la droite *m-1* dirigée au point *E*; la figure *am-1-2* sera la perspective du battant.

85. *Perspective du battant d'une porte dont l'ouverture est située dans un plan perpendiculaire au tableau.* (Fig. 63.)

Ayant tracé la perspective de l'ouverture de la porte et de son épaisseur, menez les droites *a'l* et *b'f'* parallèles à l'horizon, *a'f'* dirigée à l'un des points de distance, *f'h'* dirigée au point principal, *l'g'* au même point de distance, et *g'h'* parallèle à l'horizon; dans le demi-carré perspectif *b'f'h'g'*, inscrivez une demi-circonférence perspective, et achevez la construction comme à l'article précédent.

Remarque. D'après ces deux derniers exemples, on verra aisément comment il faudrait opérer pour tracer la perspective du battant d'une porte dont l'ouverture serait située dans un plan oblique, et nous croyons inutile de nous arrêter à cette nouvelle application.

86. *Perspective du battant d'une porte dont l'ouverture est située dans un plan parallèle au tableau, par une autre méthode.* (Fig. 64.)

Ayant tracé la ligne *a-2* pour la direction du battant, prolongez cette ligne jusqu'à l'horizon en *B*; élevez, par le point principal *C*, la ligne *CD* perpendiculaire

à la ligne d'horizon et égale à la distance de l'œil au tableau; faites Ed égale à ED ; prenez $a-3$ géométriquement égale à ab ; menez $3-2$ dirigée au point d ; élevez la verticale $2-1$, et menez $m-1$ dirigée au point E ; la figure $am-1-2$ sera la perspective du battant; car, par suite de la construction, vous aurez $a-2$ perspectivement égale à $a-3$, et par conséquent à ab (41).

Remarque. Si le battant avait dû être dirigé suivant la ligne $4-5$, il eût fallu mener $4-6$ parallèle à l'horizon, $6-6$ dirigée au point principal, et $6-5$ dirigée au point d , après quoi l'on eût achevé la construction comme ci-dessus.

87. *Perspective du battant d'une porte dont l'ouverture est située dans un plan perpendiculaire au tableau, par cette seconde méthode.* (Fig. 64.)

Ayant mené $a'-7$ pour la direction du battant, prolongez cette droite jusqu'à l'horizon en E' ; élevez, comme à l'article précédent, la perpendiculaire CD ; faites $E'd$ égale à $E'D$; menez par les points a' et b' des parallèles à l'horizon; menez $a'-8$, dirigée au point de distance D' , $8-9$ dirigée au point principal, et $9-7$ dirigée au point d ; le point 7 sera l'extrémité du battant; car, par cette construction, vous aurez $a'-7$ perspectivement égale à $a'-9$, et par suite à $b'-8$ ou à $a'b'$.

Et si le battant doit être ouvert suivant la ligne $b'n$, après avoir mené, comme nous venons de le dire, les lignes $b'-8$ et $a'-8$, menez $8-n$ dirigée au point d , le point n sera l'extrémité du battant.

Autrement, prenez sur les lignes $E'D$ et CD les parties égales Dp , Dq d'une grandeur arbitraire; par D , menez DR parallèle à pq , puis menez $b'-7$ dirigée au point R ; l'intersection de cette droite avec la ligne indéfinie $a'-7$ déterminera l'extrémité du battant; car le triangle $a'b'-7$ sera la perspective d'un triangle semblable au triangle Dpq , et par conséquent la perspective d'un triangle isocèle.

Et si le battant doit être ouvert suivant la ligne $b'n$, prenez sur la ligne $E'D$, et sur le prolongement de la ligne CD , les parties égales Dp et Dq' d'une grandeur arbitraire; par D , menez DR' parallèle à pq' , et menez la ligne $a'n$ dirigée au point R' ; l'intersection de cette ligne avec la ligne indéfinie $b'n$ sera l'extrémité du battant; car le triangle $a'b'n$ sera la perspective d'un triangle semblable au triangle Dpq' , et par conséquent la perspective d'un triangle isocèle.

Remarque. On pourrait, dans la première des deux constructions que nous venons d'exposer, employer, au lieu du point d , un point situé de l'autre côté du point E' à une distance de ce point égale à $E'd$ ou $E'D$, ce qui s'applique aussi à la construction que nous avons exposée dans l'article précédent; mais l'emploi de ce second point serait incommode à cause de son grand éloignement: cependant il sera bon que le lecteur s'exerce à voir comment il faudrait opérer si l'on en faisait usage, ce qu'il découvrira facilement sans qu'il soit besoin que nous le lui indiquions.

88. *Perspective du battant d'une porte dont l'ouverture est située dans un plan oblique.* (Fig. 65.)

Ayant tracé la perspective de l'ouverture de la porte et de son épaisseur, menez à volonté la ligne $a-3$ pour la direction du battant; prolongez cette ligne et la ligne ab jusqu'à la rencontre de la ligne d'horizon; élevez, comme aux deux articles précédents, par le point principal C , une perpendiculaire à la ligne d'horizon égale à la distance de l'œil au tableau; faites Ed égale à ED , et $E'd'$ égale à $E'D$; menez $b-1$ parallèle à l'horizon, $a-1$ dirigée au point d , $1-2$ au point E , $a-2$ parallèle à $b-1$, et $2-3$ dirigée au point d' ; le point 3 sera l'extrémité du battant; car vous aurez d'abord $b-1$ perspectivement égale à ab , et ensuite $a-3$ perspectivement égale à $a-2$, et par conséquent à $b-1$ (41).

Autrement, prenez sur les lignes DE et DE' les parties égales Dp et Dq , d'une grandeur arbitraire; menez par D une droite Dr parallèle à pq , et par le point b et le point d'intersection de cette ligne avec la ligne d'horizon, faites passer une droite; le point de rencontre de cette droite avec la ligne indéfinie $a-3$ sera l'extrémité du battant; ce que l'on démontrera par un raisonnement semblable à celui que nous avons employé pour légitimer la construction que nous avons indiquée en second lieu dans l'article précédent.

Remarque I. La construction que nous avons d'abord employée dans cet article, se fût simplifiée si l'on avait pu porter la distance ED de l'autre côté du point E ; car en menant une droite du point b à l'extrémité de cette distance, on aurait immédiatement obtenu, par la section de cette droite avec la parallèle à l'horizon menée par a , la partie $a-2$ perspectivement égale à ba (41).

Remarque II. Les constructions que nous avons exposées en second lieu dans cet article et dans le précédent donnent la solution de ce problème : *Connaissant les perspectives de deux horizontales non parallèles et situées dans le même plan, trouver le point évanouissant des droites qui, coupant à la fois ces deux perspectives, y détermineront, à partir de leur point de concours, des parties perspectivement égales; et l'on en déduirait aisément la solution de ce problème plus général: Connaissant les perspectives de deux lignes horizontales non parallèles et situées dans le même plan, trouver le point évanouissant de toutes les droites qui, coupant à la fois ces deux perspectives, y détermineront, à partir de leur point de concours, des parties qui aient perspectivement entre elles un rapport donné.*

* Nous engageons le lecteur à se rendre toutes les pratiques que nous avons enseignées dans ces trois derniers articles également familières, afin de pouvoir choisir dans l'occasion celle qui conviendra le mieux aux limites du tableau et à la disposition des différents points évanouissants qu'il devra employer.

89. *Perspective d'un escalier dont les marches ont leurs arêtes perpendiculaires au tableau.* (Fig. 66.)

Construisez le profil ag , soit en menant tour à tour des perpendiculaires à la base du tableau d'une hauteur égale à celle que vous voulez donner aux contre-marches, et des parallèles à cette base égales entre elles et à la profondeur des marches; soit en prenant d'abord les lignes ap et pf dans le rapport de la profondeur des marches à la hauteur des contre-marches, traçant af , élevant ab pour la hauteur de la première contre-marche, menant bg parallèle à af , et traçant, entre les lignes bg et af , des droites alternativement parallèles et perpendiculaires à la base du tableau.

Par tous les points $a, b, 1, 2$, etc., menez des droites dirigées au point principal; achevez la perspective de la première contre-marche, en déterminant convenablement la longueur aa' ; et construisez le profil $a'g'$, soit en menant tour à tour, à partir de b' , des parallèles et des perpendiculaires à la base du tableau terminées sur les arêtes perspectives des marches, soit en menant par les points a' et b' les droites $a'f'$ et $b'g'$ parallèles à af , et joignant ensuite les intersections successives de ces parallèles avec ces mêmes arêtes.

Enfin, pour les rampes, tracez les quatre verticales $bh, b'h', gk, g'k'$; déterminez convenablement la hauteur ah , menez hh' dirigée au point principal, et, par les points h et h' , menez des parallèles à af terminées l'une sur gk , l'autre sur $g'k'$; ou bien prenez gk égale à bh , $g'k'$ égale à $b'h'$, et menez hk et $h'k'$.

90. *Perspective d'un escalier dont les marches ont leurs arêtes obliques par rapport au tableau.* (Fig. 67. Le point principal est C , et la distance est CD .)

Ayant choisi convenablement le point E pour le point évanouissant des arêtes des marches, et tracé la ligne aa' dirigée à ce point évanouissant, et d'une grandeur convenable, pour la perspective de l'arête inférieure de la première contre-marche, menez aE' perspectivement perpendiculaire à aa' ; cherchez la distance du point évanouissant E' à l'œil, et portez-la sur la ligne d'horizon en $E'D'$; menez par a une parallèle à la ligne d'horizon, et déterminez en $a-1$ à la profondeur que doivent avoir les marches; menez une droite du point 1 au point E' ; menez 1-2 dirigée au point D' , 2-3 parallèle à $a-1$, 3-4 au point D' , etc., et continuez ainsi jusqu'à ce que vous ayez déterminé sur aE' un nombre suffisant de parties consécutives perspectivement égales entre elles et à la profondeur des marches; élevez ensuite af ; achevez la perspective de la première contre-marche, en fixant en ab la hauteur que vous voulez lui donner; prenez sur af une suite de parties égales à ab ; par tous les points 2, 4, etc., élevez des verticales, et par tous les points $b, 5$, etc., menez des droites au point E' , ce qui construira le profil ag ; par tous les points 6, 7, etc., menez des droites dirigées au point E ; menez $b'-8$ dirigée au point principal, 8-9 perpendicu-

laire à la base du tableau, et ainsi de suite, ce qui construira le profil ag' ; enfin, pour les rampes, prenez la hauteur bf dans un rapport convenable avec ab' (dans cet exemple elle en est quadruple); prenez $b'f'$ dans le même rapport avec $a'b'$, gk dans le même rapport avec gh , enfin $g'k'$ dans le même rapport avec $g'h'$; et menez fk et $f'k'$.

91. *Perspective d'une suite de marches avec des retours sur différents angles, et dont les arêtes sont les unes perpendiculaires, et les autres parallèles au tableau.* (Fig. 68.)

Ayant tracé, pour chacune des différentes parties de l'escalier, la perspective de la première contre-marche, élevez $b-2$ et prenez les parties $b-1$ et $1-2$ égales entre elles et à ab ; des points b , 1 , 2 menez des droites à celui des deux points de distance qu'indique la disposition de la figure; fixez en bm la profondeur des marches; menez par m une droite dirigée au point principal, et par 3 , intersection de cette droite avec la ligne menée de b au point de distance, menez une parallèle à la base du tableau. Élevez $3-4$, et menez par 4 deux lignes, l'une parallèle à la base du tableau, l'autre dirigée au point principal. Menez $b'-5$ dirigée au point de distance; élevez $5-6$, et par les points 5 et 6 menez des parallèles à la base du tableau. Menez $g'-7$ dirigée au second point de distance; élevez $7-8$, et par les points 7 et 8 menez des droites dirigées au point principal. Menez $g-9$ au même point de distance, élevez $9-0$, et par les points 9 et 0 menez des parallèles à la base du tableau. Enfin, ayant ainsi achevé la perspective de la première marche, et tracé celle de la deuxième contre-marche pour chacune des différentes parties de l'escalier, répétez la même construction en prenant d'abord, pour déterminer la profondeur perspective de la deuxième marche, $4-n$ égale à $3-p$, et continuez ainsi autant qu'il sera nécessaire.

Remarque. On aurait pu éviter de se servir du point de distance situé à gauche du point principal, en prenant gq géométriquement égale à bm , et menant du point q à ce dernier point la droite $q-7$ qui, par ses intersections avec la parallèle à la base du tableau menée par 5 et avec le prolongement de celle que l'on avait déjà menée par 3 , eût fait connaître les points 7 et 9 , dont la recherche nécessitait seule l'emploi des lignes $g'-7$ et $g-9$.

92. *Perspective d'une autre suite de marches avec des retours sur tous les angles, et dont les arêtes sont obliques par rapport au tableau.* (Fig. 69. Le point principal est C et la distance est CD .)

A l'un des angles de la première marche, comme a , élevez ap ; prenez sur cette ligne des parties am , mn , np égales entre elles et à la hauteur que vous voulez donner aux contre-marches. Menez dans une direction convenable la ligne aE ; menez qE' perspectivement perpendiculaire à aE , et aE'' qui fasse avec chacune de ces droites des angles perspectivement égaux à un demi-droit. Déterminez convenablement la

longueur af ; menez par m deux droites dirigées, l'une au point E , l'autre au point E' ; de tous les points m, n, p , menez des droites au point E'' ; élevez fh ; par le moyen de la ligne mE'' , achevez le carré perspectif $mhiq$, et menez par g la ligne gb perpendiculaire à la base du tableau.

Cela fait, déterminez sur af une suite de parties ar , as perspectivement égales entre elles et à la profondeur des marches (45); menez par r une ligne dirigée au point E ; par l'intersection de cette ligne avec aE'' , élevez 1-2-3; par chacun des points d'intersection de cette droite avec les lignes menées des points m et n au point E'' , menez deux droites, l'une au point E , l'autre au point E' ; joignez les points g et h par une droite; par les intersections de cette droite avec les lignes menées du point 2 aux points E et E' , élevez 7-8 et 8-9, et des points k et l menez deux droites, l'une au point E , et l'autre au point E' ; ces droites qui devront se couper sur la ligne menée de n au point E'' achèveront la perspective de la deuxième contre-marche. Enfin, menez par s une droite dirigée au point E ; par le point de rencoûtre de cette droite avec aE'' élevez 4-6, et de chacun des points d'intersection de cette droite 4-6 avec les lignes menées des points n et p au point E'' , menez deux droites, l'une au point E , l'autre au point E' ; joignez les points l et k par une droite; par les points d'intersection de cette droite avec les lignes menées de 5 aux points E et E' , élevez 9-10 et 10-11, et des points t et u menez deux droites, l'une au point E , l'autre au point E' ; ces deux droites, qui devront se couper sur la ligne pE'' , achèveront la perspective de la troisième marche.

95. *Perspective d'une corniche en saillie sur un mur perpendiculaire au tableau.* (Fig. 70.)

Construisez géométriquement et dans des proportions convenables le profil ab ; de tous les points $a, m, b, 1, 2$, etc., menez des droites au point principal; déterminez convenablement la longueur mm' , et menez $m'b'$ parallèle à mb ; de tous les points 3, 4, etc., menez des droites au point principal, et des intersections de ces droites avec $m'b'$, abaissez les lignes 5-6, 7-8, etc.; les intersections de ces lignes avec les droites menées des points 1, 2, etc., au point principal, vous feront connaître tous les points nécessaires à la construction du profil $a'b'$ qui devra se trouver semblable au profil ab .

Autrement, joignez les angles consécutifs du profil ab par des droites, comme l'indique la figure; puis, ayant mené par tous les points $a, 1, 2 \dots b$ des lignes dirigées au point principal, déterminez convenablement la longueur bb' , et menez, à partir de b' , et de l'une à l'autre de ces lignes, des droites parallèles aux côtés successifs du polygone formé dans le profil ab .

96. *Perspective d'une corniche en saillie sur un mur oblique.* (Fig. 71.)

Soit aa' la perspective de l'horizontale inférieure de la corniche à représenter; soient E le point évanouissant des lignes perspectivement perpendiculaires à aa' , ED' la distance du point évanouissant E à l'œil, et soit enfin AB le profil géométral de la corniche tracé dans des proportions convenables, c'est-à-dire réduites en raison de l'enfoncement, dans le tableau, du mur que termine cette corniche.

Élevez am , et prenez les parties $a-1$, $a-2$, ..., am respectivement égales à $A-1$, $A-2$, ..., AM ; menez par m une parallèle à la ligne d'horizon, et faites, sur cette parallèle, mn égale à MB ; menez np dirigée au point E , mp dirigée au point D' , et pb parallèle à mn , ce qui vous donnera mb perspectivement égale à pb et par suite à nm ou MB ; prenez les parties $n-3$, $n-4$, etc., respectivement égales à $M-3$, $M-4$, etc.; par les points 3, 4, etc., menez jusqu'à la rencontre de pb des droites dirigées au point E , et des points 5 et 6, menez jusque sur mb des lignes dirigées au point D' . Des points 7, 8, etc., abaissez des verticales, et par les points 1, 2, etc., menez des droites dirigées au point E , ce qui vous fera connaître tous les points nécessaires à la construction du profil perspectif ab . Enfin, élevez $a'm'$, menez mm' perspectivement parallèle à aa' , menez $m'b'$ dirigée au point E , par les points 6, 8, 7, etc., menez des parallèles perspectives à aa' , des intersections de ces droites avec $m'b'$ abaissez des verticales, et par tous les angles du profil ab menez des lignes perspectivement parallèles à aa' , ce qui vous fera connaître tous les points nécessaires à la construction du profil $a'b'$.

D'après cet exemple, on tracera facilement la perspective d'une corniche en saillie sur un mur parallèle au tableau, en observant qu'alors les points E et D' devront être l'un le point principal, l'autre le point de distance, et que les sêtes perspectives des moulures devront être parallèles entre elles et à la ligne d'horizon.

95. *Perspective d'une corniche en saillie sur plusieurs murs obliques par rapport au tableau, et qui font entre eux des angles droits. (Fig. 72.)*

Soient aa' , ag, gg' les perspectives des horizontales inférieures des différentes parties de la corniche à représenter (la première et la dernière de ces lignes étant dirigées à un même point de l'horizon, et la seconde leur étant perspectivement perpendiculaire). Soit E' le point évanouissant des lignes qui devront diviser chacun des angles $a'ag, agg'$ en deux parties perspectivement égales, soit $E'D'$ la distance de ce point évanouissant à l'œil; et soit enfin AB le profil géométral de la corniche tracé dans des proportions convenables.

Prolongez AM d'une quantité MF égale à MB , et menez BF . Prenez am égale à AM , menez par m une parallèle à l'horizon, prenez mn égale à BF , menez par les points m et n des droites dirigées au point E' , et menez np dirigée au point D' et pb parallèle à nm , ce qui vous donnera mb perspectivement égale à pb , et par suite

à mn ou BF . Prenez les parties $m-1$, $m-2$, etc., respectivement égales à $B-5$, $B-6$, etc., et construisez le profil perspectif ab en achevant l'opération comme nous l'avons fait à la figure précédente pour construire le profil ab .

Elevé gl ; par le point m et par tous les angles du profil ab , menez des droites perspectivement parallèles à ag , c'est-à-dire dirigées au point E ; par le point d'intersection de gl avec celle de ces droites que vous aurez menée par m , menez lf dirigée au point E' , et construisez le profil gf en opérant comme nous l'avons fait à la figure précédente pour construire le profil $a'b'$.

Enfin, élevez $a'm'$; menez par les points m et b des droites perspectivement parallèles à aa' ; menez $m'i$ dirigée au point E , ik dirigée au point E' , et kb' dirigée au point E ; joignez les points m' et b' par une droite, et construisez le profil $a'b'$ en opérant de même que pour le profil gf , et en arrêtant sur la ligne $m'b'$ toutes les parallèles perspectives à aa' menées par les différents points de division de la droite mb .

Remarque I. On auroit immédiatement déterminé la droite $m'b'$, en cherchant le point évanouissant des lignes perspectivement perpendiculaires aux horizontales perspectives dirigées au point E' ; mais l'éloignement de ce point eût rendu cette construction moins commode que celle que nous avons employée pour obtenir cette droite, et qui consiste à construire sur $m'i$ un carré perspectif.

Remarque II. Si la ligne aa' était parallèle à la ligne d'horizon, le point E devrrait être le point principal, le point E' l'un des points de distance, et les arêtes perspectives des moulures qui sont dans cet exemple dirigées au point évanouissant de la ligne aa' devraient être géométriquement parallèles à cette ligne.

96. Perspective d'un fronton circulaire parallèle au tableau. (Fig. 73.)

Ayant fixé la largeur du mur terminé par le fronton à représenter, construisez au milieu de cette largeur le profil perspectif ab , et tracez la perspective de la partie de la corniche en saillie sur ce mur; prolongez la verticale Aa' , menez mm' parallèle à aa' , $m'b'$ dirigée au point de distance, et construisez le profil $a'b'$, et par suite la perspective de la partie fuyante de la corniche et celle de son retour sur le mur du fond, en opérant comme à la figure précédente, avec les modifications que nous avons indiquées à la fin de l'explication qui s'y rapporte. (Rem. II.)

Par le point b et par tous les angles du profil ab menez des droites verticales; déterminez en bg la hauteur du tympan du fronton; menez gn dirigée au point principal, et construisez le profil perspectif fg , en prenant les parties $n-3$, $n-4$, etc., respectivement égales à $m-5$, $m-6$, etc.

Menez une droite du point g au point b' ; sur le milieu de cette droite élevez une perpendiculaire terminée à sa rencontre o avec la verticale bg , suffisamment prolongée, et du point o , comme centre, décrivez les arcs bg ; puis de ce

même point o menez une droite au point principal, et des intersections successives de cette droite avec les verticales telles que 7-8, suffisamment prolongées, décrivez des arcs de cercle en prenant ces verticales pour rayons.

Enfin, complétez le profil al ; menez lp au point principal, et prolongez Aa' jusqu'à la rencontre d'une parallèle à aa' menée par p ; menez $p'l'$ dirigée au point de distance, jusqu'à la rencontre d'une seconde parallèle à aa' menée par l ; complétez le profil $a'l'$, achevez la perspective de la partie fuyante de la corniche et celle de son retour sur le mur du fond, puis menez la verticale lo' terminée à sa rencontre avec la droite Co prolongée, et du point o' , comme centre, avec les rayons $o'l'$ et $o'-g$, décrivez les deux arcs de cercle $l'k$ et $g-i$ qui termineront celle du fronton.

97. *Perspective d'un comble avec des lucarnes.* (Fig. 74. Le point principal est C , et la distance est triple de CD .)

Ayant tracé en $ABFG$ la perspective du parallélogramme rectangle aux côtés duquel aboutissent les quatre lattis ou faces du comble à représenter, menez, par l'intersection des diagonales AF et BG , la ligne HI perspectivement parallèle aux côtés AB et FG ; élevez la ligne HK d'une hauteur convenable, c'est-à-dire telle qu'elle soit perspectivement avec HI dans le rapport déterminé par l'inclinaison que doivent avoir les lattis de long-pan par rapport au plan horizontal ABG ; menez par K une parallèle perspective à AB ; déterminez convenablement sur HI , et d'après l'inclinaison que vous voulez donner aux lattis de eroupe, la projection J de l'une des extrémités de la ligne de couronnement du comble; déterminez ensuite, à partir de I , une grandeur IP perspectivement égale à HJ , ce que vous pouvez faire ici en menant AJ prolongée jusqu'à l'horizon en E' , et menant ensuite $E'F$ prolongée jusqu'à la rencontre de HI en J' ; par les points J et J' , élevez des verticales terminées à la rencontre de la parallèle perspective à AB menée par K ; enfin tracez les lignes LA , LG , EB , qui seront les perspectives des lignes d'intersection des différents lattis, et des points a , b , b' , pris aux intersections de ces lignes avec deux droites perspectivement parallèles, l'une à AB , l'autre à AG , menez des courbes aux angles de la corniche pour les perspectives des intersections des surfaces cylindriques par lesquelles se fait le raccordement des lattis avec cette corniche.

Tracez, à une hauteur convenable, la ligne ab perspectivement parallèle à AB , pour la perspective de l'horizontale suivant laquelle les faces antérieures des lucarnes du lattis de long-pan coupent ce lattis; menez par a une parallèle ax à la ligne d'horizon; portez sur cette parallèle des divisions géométriquement proportionnelles à celles que ces lucarnes doivent déterminer sur la longueur de ce même lattis; menez la ligne xb prolongée jusqu'à l'horizon en Z ; de tous les points de division de ax , menez, jusqu'à la rencontre de ab , des droites dirigées au point Z , ce qui déterminera

les divisions perspectives af, fg , etc., pour la disposition des lucarnes sur le lattis ; menez la ligne AK , qui sera la perspective de la section du plan du lattis de long-pan par le prolongement de la face verticale AG de l'édifice ; prolongez la ligne ab jusqu'en m sur AK ; élevez mp ; fixez en mn la hauteur des lucarnes , puis menez par n une parallèle perspective à AB , et élevez jusqu'à cette ligne les perspectives des faces antérieures des Incarnes du lattis de long-pan ; enfin, menez no dirigée au point E ; menez par o une parallèle perspective à AB ; des points h et i , menez, jusqu'à la rencontre de cette parallèle, des lignes dirigées au point E , et tracez les lignes hf et ig , ce qui achèvera la perspective des faces latérales de ces lucarnes.

Fixez en np la hauteur perspective des toits des lucarnes ; par le milieu perspectif de fg , élevez rs ; menez pq dirigée au point E ; par les points p et q menez des parallèles perspectives à AB ; menez st dirigée au point E ; et terminez sur pq la partie pv , de telle manière qu'elle soit perspectivement avec np dans le rapport fixé par l'inclinaison des faces antérieures de ces toits, menez par v une parallèle perspective à ab , et tracez les lignes uh et ui , ce qui achèvera la perspective des lucarnes du lattis de long-pan.

Menez ab' dirigée au point E ; élevez ap' ; de l'intersection de cette droite avec ni , menez une droite au point E , et élevez jusqu'à cette droite la face antérieure de la lucarne du lattis de croupe, en opérant d'abord, pour déterminer les divisions af, fg et $g'b'$, de même qu'il vous a fallu opérer pour déterminer les divisions af, fg , etc., de la ligne ab ; puis par les points d'intersection des lignes ol et al , gt et at , menez des droites au point E ; par les points h' et i' menez, jusqu'à la première de ces droites, des parallèles perspectives à ab , et tracez les lignes $k'f'$ et $l'g'$, ce qui achèvera les perspectives des faces latérales de cette lucarne.

Par le milieu perspectif de $f'g'$ élevez $r's'$; du point d'intersection des lignes ps et ap' menez $p's'$ au point E ; menez $s't'$ perspectivement parallèle à ab et tracez $t'k'$; puis déterminez la partie $p'v'$ de manière qu'elle soit perspectivement avec np dans le rapport fixé par l'inclinaison de la face antérieure du toit de cette dernière lucarne, menez par v' une ligne dirigée au point E , et de l'intersection de cette ligne avec $s't'$ menez $u'h'$ et $u'i'$, ce qui achèvera la perspective de ce toit.

Enfin, pour construire les perspectives des parties des toits des lucarnes en saillie sur leurs faces verticales, menez à une hauteur convenable la ligne 3-4 perspectivement parallèle à ab ; menez 3-5 dirigée au point E , 5-6 perspective-ment parallèle à ab , 3-1 et 4-2, dans le prolongement des diagonales d'un carré perspectif construit sur 3-4 ; menez 1-2 perspectivement parallèle à ab ; par les intersections de cette ligne avec les diagonales 4-2 et 3-1, menez des droites di-

rigées au point E , et joignez les lignes tk , uh et ut aux points 6, 1 et 2, par des courbes qui seront les perspectives des intersections des surfaces cylindriques de ces parties saillantes.

Remarque I. Comme on a dû s'occuper des dimensions de l'édifice, en traçant la perspective de son plan géométral ou de son assiette sur le plan principal, on connaît, lorsque l'on trace celle du comble, la mesure originale de la ligne AH , et d'après cela, il est facile de fixer la hauteur HK suivant ce que nous avons dit; d'ailleurs cette hauteur peut encore être déterminée d'après la connaissance de la hauteur totale de l'édifice, qui doit se mesurer sur la ligne HK , prolongée jusqu'à la base de la face verticale AG .

Quant à la distance HJ , on l'obtiendra, si l'on en connaît la mesure originale, en déterminant d'abord la perspective de cette mesure originale sur ce même plan perspectif de l'édifice, c'est-à-dire sur la perspective de la projection sur le plan principal de la ligne représentée en HI , et élevant ensuite par l'extrémité de cette grandeur perspective une ligne verticale terminée sur HI ; à moins toutefois que cette mesure originale ne soit égale à celle de AH , auquel cas on obtiendrait plus simplement sa perspective sur la ligne HI elle-même, en menant par A la droite AE' dirigée au point évanouissant des lignes assujetties à diviser chacun des angles HAB , IFG en deux parties perspectivement égales.

A l'égard de la disposition des lucarnes sur chaque latit, le moyen que nous avons employé pour la déterminer ne laisse aucune incertitude; mais il pourrait se faire qu'elle dût être établie d'abord sur les lignes AB et AG , par la nécessité, par exemple, de faire correspondre exactement ces lucarnes avec d'autres parties déterminées de l'édifice, telles que des croisées percées dans les faces verticales. Dans ce cas, après avoir marqué sur la ligne AB tous les points de division nécessaires, on mènerait par le point a une parallèle à LJ par la rencontre de cette parallèle avec AJ , on mènerait une parallèle perspective à AB qui serait la perspective de la projection de la droite représentée en ab sur le plan du parallélogramme rectangle représenté $ABFG$; puis des points de division de AB on mènerait des lignes au point E , par les intersections de ces lignes avec cette projection, on élèverait des lignes verticales qui, suffisamment prolongées, construiraient avec la ligne ni les faces antérieures des lucarnes du latit de long-pan, et l'on opérerait ensuite de la même manière pour les lucarnes du latit de croupe.

En troisième lieu, pour déterminer la hauteur mn , si la mesure originale de cette hauteur est connue, il suffira de connaître le pied de la verticale mp sur le plan principal, lequel sera le point où cette verticale prolongée rencontrera la base de la face verticale AG ; ou bien il suffira de prolonger cette verticale jusqu'à la ligne AG , de prolonger la verticale de l'angle A d'une quantité proportionnellement

égale à cette mesure originale, de mener par l'extrémité de ce prolongement une ligne dirigée au point E , puis de reporter, à partir de m , la hauteur ainsi déterminée sur la verticale mp , à partir de sa rencontre avec AG ; et de même pour la hauteur totale, mp , des lucarnes avec leurs toits.

Enfin, pour les parties pv , $p'v'$, qui fixent l'inclinaison des faces antérieures des toits des lucarnes, si les rapports de leurs grandeurs originales avec la hauteur de ces toits sont également déterminés, on les obtiendra par les constructions du problème VII (41), en employant, au lieu de la base du tableau, une parallèle à la ligne d'horizon menée par p , et réduisant ces grandeurs dans le rapport de la hauteur perspective mp à son original; en sorte que si l'on veut que ces faces antérieures soient parallèles aux lattis du comble, il suffira d'établir perspectivement, par ce moyen, les mêmes rapports entre pv et np qu'entre AH et HK , et entre $p'v'$ et np qu'entre HJ et HK . Et lorsque l'on aura, pour cette construction, déterminé sur la ligne d'horizon les points JV et D'' aussi distants le premier du point E , et le second du point évanouissant de AB que ces points évanouissants seraient eux-mêmes distants de l'œil; si la mesure originale de la saillie des toits des lucarnes est aussi donnée; on mènera par 3 une parallèle à la ligne d'horizon; on portera sur cette parallèle à droite de 3 une grandeur égale à cette mesure réduite dans le rapport de la perspective fh à son originale, et par le point D' et l'extrémité de cette grandeur, on mènera une droite qui déterminera, sur le prolongement de 5-3, le point par lequel devra être menée la ligne 1-2.

Remarque II. Les lignes fk et gl représentent des lignes inclinées parallèles entre elles, qui se projetteraient horizontalement suivant des parallèles à la section horizontale du lattis de croupe représentée en AG , et doivent par conséquent être dirigées toutes à un même point du tableau situé sur une perpendiculaire à la ligne d'horizon élevée par E , ce qui peut servir à vérifier l'exactitude de l'opération, et ce qui peut aussi servir en certains cas à abréger le travail.

98. *De la perspective des figures posées sur des marches à différentes hauteurs.* (Fig. 75.)

Soit AB la hauteur perspective d'une figure située en A sur le plan principal, HH' la ligne d'horizon; et soient F , G , K , trois points situés sur des marches élevées à différentes hauteurs au-dessus du plan principal, et qui déterminent chacun la position d'une figure.

Menez des deux points A et B , à un même point H de la ligne d'horizon, les lignes AH et BH ; par F menez Fa parallèle à la ligne d'horizon, abaissez ab , menez bM parallèle à la ligne d'horizon, élevez MN terminée sur la ligne BH , et prenez la hauteur FF' égale à MN .

Par G , menez Gf parallèle à la ligne d'horizon, abaissez fg , prenez $G-1$ triple de fg ; menez $1-P$ parallèle à la ligne d'horizon, élevez PQ , et prenez la hauteur GG' égale à PQ .

Enfin par K , menez $K-2$ dirigée à un point quelconque de l'horizon, abaissez $2-3$, menez $3-X$ au même point de l'horizon, et comme le point K se trouve à la hauteur de quatre marches, prenez $K-5$ quadruple de $K-4$, puis achevez la construction comme pour les figures F et G .

Remarque I. Nous avons supposé que les marches sur lesquelles posaient les figures G et F fussent d'égale hauteur; s'il n'en était pas ainsi, après avoir mené, comme ci-dessus, Gf et fg , il faudrait mener par g une parallèle à Gf , abaisser hi , mener ik parallèle à Gf , abaisser kl , et mener par l une ligne lP parallèle à la ligne d'horizon, après quoi l'on achèverait la construction comme ci-dessus. Et si les marches qui conduisent au palier sur lequel pose la figure K étaient aussi d'inégale hauteur, il faudrait opérer de la même manière en remplaçant les parallèles à l'horizon, telles que Gf , gh et ik , par des lignes dirigées au point X .

Remarque II. Nous avons aussi supposé que l'on ne connût pas la perspective de la projection sur le plan principal de l'arc représentée en YY ; car si cette perspective eût été donnée en yy , on eût obtenu plus simplement la perspective de la projection du point original K sur ce même plan, en menant, comme ci-dessus, la ligne $KK-2$, abaissant $2-6$ jusque sur la ligne yy , menant $6-X$, et prolongeant la verticale KK' jusque sur cette dernière ligne.

Remarque III. Enfin, si le rapport de la hauteur originale des marches à celle des figures était déterminé; que l'on voulût donner, par exemple, deux mètres de hauteur à chaque figure, et que l'on eût donné deux décimètres de hauteur à chaque marche, il suffirait de prendre FF' décuple de ab , GG' aussi décuple de fg , et KK' pareillement décuple de $K-4$.

CHAPITRE IV.

PRATIQUE DE LA PERSPECTIVE POUR LES OBJETS INCLINÉS.

§ 1^{er}. EXEMPLES DE LA PERSPECTIVE DES OBJETS INCLINÉS, EN N'EMPLOYANT QUE DES POINTS ÉVANOUISSANTS HORIZONTAUX.

99. *Perspective d'un parallélépipède rectangle incliné, dont les faces sont parallèles ou perpendiculaires au tableau, et qui pose sur un plan horizontal suivant l'un de ses côtés. (Fig. 76.)*

Ayant tracé la droite AC dirigée au point principal, pour la perspective de l'intersection du plan horizontal sur lequel pose le solide original et du plan de la base de ce solide, construisez en $ABFG$ la perspective d'un rectangle égal à cette base et situé dans ce plan horizontal; menez AH suivant l'inclinaison du solide original; faites AH égale à AB , menez GK parallèle à AH et égale à GF , et joignez les points H et K par une droite qui devra être dirigée au point principal; puis, par les points A, G, H, K , menez des lignes perpendiculaires à AH ou à GK . Fixez en AL la hauteur perspective de ce solide, hauteur qui devra être la même que s'il posait sur la base représentée en $ABFG$; menez LM parallèle à AH ; des points L et M , menez LN et MO dirigées au point principal, et joignez les points N et O par une droite qui devra être parallèle à LM .

Enfin, pour le solide sur lequel est appuyé ce parallélépipède incliné, après avoir tracé en 7-a la perspective de sa base, menez des points 1 et 2 les droites 1-3 et 2-4 parallèles à la ligne d'horizon; menez les lignes 3-5 et 4-6 parallèles à AL , élevez les verticales 1-5 et 2-6 terminées sur ces lignes, et achevez l'opération comme dans les exemples que nous avons déjà traités.

Démonstration. Les arêtes du parallélépipède original représentées en AH, KG, LM, NO , étant parallèles entre elles et au tableau, doivent avoir leurs perspectives parallèles entre elles, et, par la même raison, les arêtes perspectives AL, HM, GN, KO doivent être aussi parallèles entre elles; d'ailleurs les perspectives AH et GK doivent avoir la même grandeur qu'auraient celles de deux lignes égales à leurs ori-

ginales situées dans les mêmes plans parallèles au tableau, et parallèles à la ligne d'horizon, et par conséquent ces perspectives doivent être géométriquement égales, la première à AB , le seconde à GF , puisque, suivant ce que nous avons dit en premier lieu, la figure $ABFG$ est la perspective d'un rectangle égal à la base du solide original; enfin le quadrilatère $ALMH$ étant la perspective d'un rectangle dont le plan est parallèle au tableau doit avoir tous ses angles droits.

100. *Perspective d'un prisme droit incliné, posé sur l'un de ses angles; et dont les bases sont perpendiculaires au tableau.* (Fig. 77.)

Ayant déterminé convenablement le point G pour la perspective de l'angle par lequel pose le prisme original, et tracé par ce point la droite mC dirigée au point principal, pour la perspective de la commune intersection du plan horizontal sur lequel pose ce prisme et du plan de la base de ce solide, tracez dans une position convenable la figure $Gabf$ pour la perspective d'un polygone égal à cette base et situé dans ce plan horizontal. Par les points a, b, f , menez des parallèles à la ligne d'horizon terminées sur mC aux points m, n et o ; menez la ligne mA suivant l'inclinaison du solide original; par les points n et o menez des parallèles à mA ; prenez les longueurs mA, nB, oF , respectivement égales à ma, nb, of , et joignez les points G et A, A et B, B et F, F et G . Par les points m, n, G, o, A, B et F menez des droites perpendiculaires à mA ou nB ; fixez en mh la hauteur perspective du prisme à représenter, menez hC au point principal, puis par les points h, i, k menez des parallèles à mA terminées la première sur AH , la seconde sur BI , la troisième sur FK ; et joignez les points L et H, H et I, I et K, K et L .

Enfin, pour le corps sur lequel est appuyé ce prisme incliné, ayant tracé la perspective de sa base, menez par r la droite $1-m$ parallèle à la ligne d'horizon et terminée sur mC , élevez $1-2$, et menez $m-2$ parallèle aux lignes oF et nB , puis achevez l'opération comme dans les exemples qui ont déjà été traités.

Démonstration. D'après ce que nous avons démontré à l'égard de la figure précédente, les lignes mA, nB, oF représentent des lignes parallèles entre elles et au tableau, et respectivement égales aux horizontales aussi parallèles au tableau représentées en ma, nb, of ; et il résulte évidemment de là que la figure $ABFG$ est la perspective d'une figure située dans le plan original des lignes MA et mC , et égale à celle qui est représentée en $Gabf$; en second lieu, les lignes GL, AH, BI, FK étant perpendiculaires aux lignes mA, nB, oF , représentent des lignes perpendiculaires au plan original de la figure $ABFG$. Enfin, les lignes mh, ni, GL, ok étant parallèles entre elles, et comprises entre deux parallèles perspectives mC et hC , représentent des lignes de même grandeur; d'ailleurs, AH est égale à mh, BI à ni, FK à ok , et il a été démontré que deux lignes égales situées dans un même plan parallèle au tableau

ont leurs perspectives égales : donc les quatre droites GL, AH, BI, FK représentent des lignes parallèles et égales, donc la figure $ABFGHIKL$ est la perspective d'un prisme.

On obtiendra, par un procédé semblable, la perspective de toute espèce de solide posé sur un plan incliné perpendiculaire au tableau, et nous ne pensons pas qu'il soit nécessaire d'en offrir un plus grand nombre d'exemples.

101. *Perspective d'un parallépipède rectangle incliné dans une direction quelconque, et posé sur le plan principal, ou sur tout autre plan horizontal, suivant l'un des côtés de sa base.*

Déterminez en premier lieu les projections horizontale et verticale du solide à représenter.

A cet effet, tracez la ligne LL' (fig. 78) pour la commune intersection des deux plans de projection supposés rabattus en un seul, et, concevant le plan vertical dans une position telle que les faces du parallépipède original lui soient les unes perpendiculaires et les autres parallèles, construisez le rectangle $ABFG$ égal à l'une de ces dernières, et convenablement incliné sur LL' , pour la projection verticale de ce solide; par les points A, B, F, G , menez des droites indéfinies et perpendiculaires à LL' , et prenant sur l'une de ces perpendiculaires une longueur aa' égale à celle du côté suivant lequel le corps original doit être posé, menez les lignes $gab, g'a'b'$, parallèles à LL' , ce qui achèvera la projection horizontale de ce corps; enfin, si ce même corps est soutenu par un autre parallépipède rectangle, tracez convenablement le rectangle 1-2-3-4 pour la projection verticale de ce second parallépipède, et, prolongeant les lignes 4-1 et 2-3, construisez dans des dimensions convenables le rectangle 5-6-7-8 pour sa projection horizontale.

Cette construction étant faite, tracez dans une direction convenable la perspective de la projection horizontale $gg'bb'-5-6-7-8$, perspective que, dans cet exemple, nous avons construite (fig. 79) par le procédé de l'article 64, en supposant que les lignes $gb, g'b'$ de cette projection fussent perpendiculaires au tableau, et en prenant par conséquent le point principal pour point évanouissant de ces lignes. Et un point quelconque de l'intersection du tableau avec le plan horizontal sur lequel pose le solide original, élevez une verticale indéfinie; portez sur cette verticale les hauteurs originales des différents sommets du corps à représenter au-dessus du plan horizontal sur lequel il pose, et celle du corps sur lequel il s'appuie; hauteurs qui vous seront données, par la projection verticale de ces deux corps, en $mG, nF, 2-3, oB$; enfin, par les points perspectifs $b, b', 6, 7, f, f'$, etc., élevez des verticales indéfinies; déterminez sur ces différentes verticales, comme nous l'avons enseigné à l'article 46, et comme l'indique la figure, les perspectives de ces mêmes hauteurs; savoir, sur les verti-

tales f et f' , celle de la hauteur pf'' ; sur les verticales 6 et 7, celles de la hauteur $p-5$; sur les verticales b et b' , celle de la hauteur pb'' , etc., et joignez convenablement par des droites les extrémités de ces hauteurs perspectives.

Cette pratique porte avec elle sa démonstration.

Remarque I. D'après ce qui a été démontré à l'article 28, les perspectives de chacun des systèmes d'arêtes inclinées du solide original doivent être dirigées vers un point situé sur la perpendiculaire à l'horizon élevée par le point C ; ce qui peut servir à vérifier l'exactitude de l'opération, et ce qui peut aussi fournir, dans certains cas, le moyen d'abréger le travail.

Remarque II. Nous avons indiqué sur la figure les perspectives de toutes les arêtes, afin que l'on pût se rendre plus facilement compte de l'opération; mais il est clair que, dans les applications de cette méthode, on peut toujours abréger le travail en ne déterminant que les points auxquels doivent aboutir les perspectives des seules lignes visibles du corps original.

§ II. PROBLÈMES GÉNÉRAUX POUR LA PERSPECTIVE DES OBJETS INCLINÉS PAR LA MÉTHODE DES LIGNES DE FUITE.

102. En faisant usage de la méthode que nous venons d'exposer, on ne saurait rencontrer de difficultés que dans la construction des projections de l'objet original; mais celles que cette opération serait susceptible de présenter dans certains cas demanderaient à être examinées avec plus de détail que nous ne pouvons en donner sur cette matière: nous remplacerons donc cette méthode, qu'il était cependant bon de faire connaître, par une autre plus conforme à celles que nous avons développées jusqu'à présent, et qui, en faisant dépendre les opérations relatives à la perspective des objets inclinés d'un petit nombre de problèmes que nous allons d'abord traiter, fournira le moyen de les exécuter dans tous les cas, sans recourir à la construction préliminaire des projections de l'objet à représenter.

103. PROBLÈME I. *Étant donnée la perspective IE de l'intersection d'un plan original quelconque avec le plan principal, ou avec tout autre plan horizontal, et l'angle de ce même plan original avec le plan principal ou avec tout autre plan horizontal, trouver la ligne de fuite de ce plan, le centre et la distance de cette ligne de fuite, et l'intersection de ce même plan avec le tableau. (Fig. 80.)*

Par le point principal C , elevez une perpendiculaire CD à la ligne d'horizon, d'une longueur égale à celle de la distance principale; joignez le point D au point de rencontre de la perspective donnée IE avec la ligne d'horizon; menez DE' perpendicu-

laire à DE ; élevez par E' une perpendiculaire indéfinie à la ligne d'horizon; faites $E'd$ égale à $E'D$; menez par d une ligne qui fasse avec l'horizon un angle égal à l'angle donné du plan original avec le plan principal, et, par le point E et le point d'intersection de cette ligne avec la perpendiculaire $E'G$, faites passer une droite indéfinie; cette droite sera la ligne de fuite cherchée.

En second lieu, du point principal C abaissez une perpendiculaire sur la ligne EG , le pied C' de cette perpendiculaire sera le centre de cette ligne de fuite.

En troisième lieu, faites sur la verticale CD la partie CK égale à CC' , et prenez sur l'horizon CD' égale à CD , la distance DK sera la distance de cette même ligne de fuite.

Enfin, par le point I , intersection de la trace perspective IB avec la base du tableau, ou avec la section du tableau par le plan horizontal qui renferme l'original de cette ligne, menez II' parallèle à la ligne de fuite EG , cette parallèle sera l'intersection du tableau et du plan original proposé.

Démonstration. Par l'œil du spectateur en position vraie, et par chacune des droites EE' , EG , $E'G$, concevons des plans; le dernier de ces plans sera perpendiculaire aux deux autres, car, d'abord, il sera perpendiculaire au premier, puisqu'il sera vertical, et que celui-ci sera horizontal, et en second lieu, si, de l'œil, on menait deux droites, l'une au point E , l'autre au point E' , ces deux droites, qui seraient comprises, la première dans le plan conduit suivant EG , la seconde dans le plan conduit suivant $E'G$, seraient perpendiculaires l'une à l'autre, et comme elles seraient d'ailleurs horizontales, la première de ces droites serait perpendiculaire au plan vertical conduit par l'œil et la ligne $E'G$. Cela posé, concevons une droite de l'œil au point G ; cette droite sera l'intersection des plans conduits suivant EG et suivant $E'G$, et l'angle de cette droite avec l'horizontale menée de l'œil au point E' mesurera l'inclinaison des plans conduits suivant EG et suivant $E'E$; mais, la distance $E'd$ étant celle du point E à l'œil (41), cet angle sera égal à l'angle GdE' , et d'ailleurs celui-ci est lui-même égal à l'angle donné. Tout plan parallèle au plan mené par l'œil et la droite EG fera donc avec le plan principal, ou avec tout autre plan horizontal, un angle égal à l'angle donné; mais la ligne de fuite d'un plan original est l'intersection du tableau et d'un plan mené par l'œil parallèlement à ce plan original (17), donc, enfin, la ligne EG est la ligne de fuite demandée.

En second lieu, le point C étant le pied de la perpendiculaire abaissée de l'œil sur le tableau (7), et la ligne CC' étant perpendiculaire sur EG , si l'on menait une droite de l'œil au point C' , cette droite serait perpendiculaire sur EG ; donc, d'après la définition (18), le point C' est le centre de cette ligne de fuite.

En troisième lieu, la distance de la ligne de fuite EG , étant, d'après la défini-

tion, la distance de l'œil au point C' centre de cette ligne de fuite (17), est l'hypothénuse d'un triangle rectangle qui a pour l'un de ses côtés la distance de l'œil au tableau, et pour l'autre la ligne CC' ; donc en effet cette distance est égale à DK .

Enfin, il a été démontré que la ligne de fuite d'un plan original quelconque est parallèle à l'intersection de ce plan et du tableau (17); mais le point de rencontre de la trace perspective IE avec la base du tableau, ou avec la section du tableau par le plan horizontal qui renferme l'originale de cette ligne, est visiblement un des points de l'intersection du tableau avec le plan original proposé, donc cette intersection ne peut être autre que la ligne IP menée par ce point parallèlement à la ligne de fuite EG .

Remarque I. Si l'on eût mené au-dessous de la ligne d'horizon la ligne dC' , de manière que l'angle $G'dE'$ fût égal à l'angle donné, on eût trouvé pour la ligne de fuite cherchée la ligne EG' ; cette double solution tient à ce que, suivant une droite prise à volonté dans un plan horizontal, on peut toujours mener deux plans qui fassent avec ce plan horizontal un même angle donné, mais il est visible qu'il ne saurait en résulter dans la pratique aucune incertitude.

Remarque II. Les constructions que nous venons d'indiquer se trouvent modifiées, et se simplifient presque toutes, lorsque la perspective de la trace horizontale du plan proposé est parallèle à la ligne d'horizon, ou dirigée au point principal, et lorsque ce plan est vertical. En effet, dans le premier de ces trois cas, si l'on mène, par l'un ou l'autre des deux points de distance, une droite DC (fig. 81) qui fasse avec la ligne d'horizon un angle égal à l'angle donné, et que, par l'intersection de cette droite avec une verticale indéfinie menée par le point principal C , on mène une parallèle à la ligne d'horizon, cette parallèle sera la ligne de fuite cherchée, le point C' en sera le centre, et la ligne CD en sera la distance; car si par l'œil et chacune des lignes DI , FF' et CC' , on menait des plans, le dernier de ces plans serait perpendiculaire aux deux autres, de sorte que l'angle des droites suivant lesquelles il les couperait mesurerait l'inclinaison de ces plans; mais cet angle serait égal à l'angle CDC ; de plus, si par l'œil on menait une droite au point C' , cette droite, n'étant autre chose que l'intersection du plan dont nous venons de parler avec le plan mené par l'œil et la ligne FF' , serait perpendiculaire à FF' , et d'ailleurs elle serait égale en longueur à la droite DC .

En second lieu, si l'on veut construire, dans ce cas, l'intersection du plan proposé avec le tableau, on mènera arbitrairement, par le point principal, la ligne $C-1$; par l'intersection de cette ligne avec la trace perspective donnée GG' , et par le point C on mènera une droite indéfinie $C-2$; par l'intersection de cette même ligne $C-1$ avec la base du tableau, ou avec la section du tableau par le plan horizontal qui renfermera l'originale de GG' , on mènera la verticale 3-2, et par l'intersection

de cette ligne avec la droite $C-2$, on mènera une parallèle à la ligne d'horizon; cette parallèle sera l'intersection cherchée. Car si l'on menait par l'originale de $C-1$ un plan vertical, ce plan couperait le plan original proposé suivant une droite qui aurait pour perspective indéfinie la ligne $C-1-2$, puisque le point 1 serait visiblement la perspective de l'un de ses points, et que son point évanouissant, devant se trouver à la fois sur la ligne de fuite FF' , et sur la ligne CC' élevée perpendiculairement à l'horizon par le point évanouissant de sa projection horizontale $C-1$, ne pourrait être autre que le point C ; mais ce même plan vertical couperait le tableau suivant la ligne 3-2; donc l'originale de $C-2$, qui serait située dans ce plan, rencontrerait le tableau au point 2, et par conséquent ce point est en effet l'un de ceux de l'intersection du tableau et du plan original proposé.

Si, au contraire, la trace perspective donnée est dirigée au point principal comme RC , c'est-à-dire s'il s'agit d'un plan original perpendiculaire au tableau, on mènera, par ce point principal C , une ligne qui fasse avec la ligne d'horizon un angle égal à l'angle donné, cette ligne sera la ligne de fuite cherchée, le centre de cette ligne de fuite sera le point principal, et sa distance sera la distance même de l'œil au tableau. Car, si par l'œil et par chacune des lignes DD' et ff' on mène des plans, ces plans seraient tous deux perpendiculaires au tableau, et par conséquent l'angle des lignes DD' et ff' mesurerait leur inclinaison; et de plus l'intersection de ces deux plans, intersection qui passerait par le point C , serait perpendiculaire à la ligne ff' , puisqu'elle serait perpendiculaire au tableau. Quant à l'intersection du plan original proposé avec le tableau, on l'obtiendra dans ce cas suivant ce que nous avons dit en premier lieu.

Enfin, si le plan proposé est vertical, on mènera, par le point évanouissant C' de sa trace horizontale (fig. 82), une ligne FF' perpendiculaire à la ligne d'horizon, cette ligne sera la ligne de fuite cherchée; le centre de cette ligne de fuite sera le point C , et sa distance sera la ligne CD menée du point C à l'extrémité de la distance principale portée sur une perpendiculaire à l'horizon élevée, comme aux deux figures précédentes, par le point principal. Car d'abord la ligne de fuite cherchée devra être verticale, puisque l'intersection du plan original proposé avec le tableau serait évidemment verticale, et d'ailleurs cette ligne de fuite devra passer par le point C ; de plus, si l'on menait une ligne de l'œil au point C , cette droite serait perpendiculaire à la verticale FF' , et serait égale en longueur à la ligne OD .

Remarque III. Lorsque l'on a les points évanouissants de deux droites situées dans un plan original quelconque ou parallèles à deux droites situées dans ce plan, on obtient la ligne de fuite de ce plan original en faisant passer une droite par ces deux points, car toutes les droites situées dans un même plan original ou parallèles à ce plan ont leurs points évanouissants dans la ligne de fuite de ce plan. Et

la ligne de fuite d'un plan qui passe en même temps par une droite dont le point évanouissant est déjà connu, et par une seconde droite parallèle au tableau et dont la perspective est connue, est la parallèle à cette perspective menée par le point évanouissant de la première droite; car tout plan qui passe par une droite parallèle au tableau coupe le tableau suivant une parallèle à cette droite, et a par conséquent sa ligne de fuite aussi parallèle à cette droite.

104. PROBLÈME II. *Étant donnés la ligne de fuite d'un plan original quelconque, et l'angle que fait une droite située dans ce plan avec l'intersection de ce plan et du tableau, ou avec l'intersection de ce plan et du plan principal, ou enfin avec une autre ligne située dans ce plan et dont la perspective est déjà connue, trouver le point évanouissant de cette droite.* (Fig. 83.)

Soit EE' la ligne de fuite d'un système de plans originaux, C' son centre, $C'D'$ sa distance portée sur une perpendiculaire à cette ligne de fuite élevée par C' , et soit proposé d'abord de déterminer le point évanouissant d'une droite située dans l'un de ces plans, et qui fait, avec l'intersection de ce plan et du tableau, un angle donné.

Menez par D' la droite $D'E'$, de telle sorte que l'angle $D'E'C'$ soit égal à l'angle donné (36); le point de rencontre de cette droite avec la ligne de fuite EE' sera le point évanouissant cherché.

En second lieu, soit proposé de déterminer le point évanouissant d'une droite également située dans l'un des plans dont la ligne de fuite est EE' , et qui fait, avec la section de ce plan par le plan principal ou par tout autre plan horizontal, un angle donné.

Menez du point D' au point de rencontre de la ligne de fuite EE' avec l'horizon la droite $D'E$, et par D' , menez $D'E'$ qui fasse avec cette droite un angle égal à l'angle donné, le point de rencontre de la ligne $D'E'$ avec la ligne de fuite EE' sera le point évanouissant cherché.

Enfin, soit proposé de déterminer le point évanouissant d'une ligne toujours située dans l'un des plans dont la ligne de fuite est EE' , et qui fait un angle donné avec celles des droites de ce plan dont le point évanouissant est en E' .

Menez une droite du point F' au point D' , et par D' , menez $D'E''$, de telle sorte que l'angle $E'D'E''$ soit égal à l'angle donné, le point de rencontre de la ligne $D'E''$ avec la ligne de fuite EE' sera le point évanouissant cherché.

Démonstration. Soient menées par un point pris arbitrairement sur le tableau, comme I , les lignes IE , IE' , IE'' , considérées, la première comme la perspective de l'intersection du plan principal ou de tout autre plan horizontal avec l'un des plans dont la ligne de fuite est EE' , et les deux autres comme les perspectives de deux autres lignes situées dans ce dernier plan. Si de l'œil on menait des droites à

chacun des points E, E', E'' , ces droites seraient respectivement parallèles aux originales des lignes IE, IE', IE'' ; mais la distance CD' étant celle de la ligne de fuite EE' , ces trois droites feroient entre elles, et avec la ligne de fuite EE' , des angles respectivement égaux à ceux que les trois droites $D'E, D'E', D'E''$, forment entre elles et avec cette ligne de fuite; d'où il résulte que l'originale de IE' , feroit 1° avec toute parallèle à EE' située dans le plan auquel appartient cette originale, et par conséquent avec l'intersection de ce plan et du tableau, un angle égal à l'angle $D'E'C$; 2° avec l'originale de IE , c'est-à-dire, avec la section de ce plan par le plan principal ou par tout autre plan horizontal, un angle égal à l'angle $ED'E$; et 3° avec l'originale de IE'' un angle égal à l'angle $E'D'E''$.

Remarque I. La première partie de la construction que nous venons d'indiquer paraîtrait ne pouvoir s'appliquer au cas où l'on voudrait obtenir le point évanouissant d'une ligne parallèle à l'intersection du tableau avec un plan original dont la ligne de fuite serait connue, et deviendrait superflue si l'angle donné était droit; car toute ligne parallèle à l'intersection du tableau et d'un plan original est parallèle au tableau, et a par conséquent sa perspective parallèle à cette intersection et, par suite, à la ligne de fuite de ce plan original; et toute ligne située dans un plan original dont la ligne de fuite est connue, et qui est perpendiculaire à l'intersection de ce plan et du tableau, a pour point évanouissant le centre de cette ligne de fuite.

Remarque II. Toute ligne située dans un plan original dont la ligne de fuite est connue, et qui fait un angle demi-droit avec l'intersection de ce plan et du tableau, a pour point évanouissant l'un des deux points situés sur cette ligne de fuite à une distance de son centre égale à celle de ce dernier point à l'œil, points que l'on pourrait appeler *points de distance* de cette ligne de fuite; car si l'on eût fait l'angle CDE' égal à un demi-droit, on eût trouvé la distance CE , égale à CD .

Remarque III. La troisième partie de la construction précédente paraîtrait être en défaut, si l'on voulait obtenir le point évanouissant d'une droite située dans un plan original dont la ligne de fuite fût connue et qui fit un angle donné avec une seconde ligne également située dans ce plan; et dont la perspective fût parallèle à cette ligne de fuite; mais comme cette seconde ligne serait alors parallèle à l'intersection de ce plan original avec le tableau, la question à résoudre rentrerait dans celle que nous avons traitée en premier lieu dans cet article.

Remarque IV. Si dans cette dernière partie de la construction on mène la ligne $D'E''$ perpendiculaire à $D'E'$, comme la figure le représente, le point E'' sera, sur la ligne de fuite EE' , le point évanouissant des lignes perpendiculaires à celles qui devront avoir leurs perspectives dirigées au point E' ; et si ensuite on partage l'angle $E'D'E''$ en deux parties égales par la droite $D'E''$, le point E'' sera l'un des points évanouissants des deux systèmes de droites situées dans ce plan, et qui feront

des angles demi-droits avec celles qui auront l'un des deux points E' et E'' pour point évanouissant; enfin, si l'on avait à construire la perspective d'un angle droit situé dans un plan original dont la ligne de fuite fût connue, et dont l'un des côtés eût sa perspective parallèle à cette ligne de fuite, ou dirigée à son centre, cas qui sembleraient faire exception à cette construction, la perspective du second côté de cet angle devrait être dirigée au centre de cette ligne de fuite ou lui être parallèle; et si l'on avait à construire la perspective d'un angle droit situé dans un plan original dont la ligne de fuite fût donnée et dont l'un des côtés eût sa perspective dirigée à l'un des points de distance de cette ligne de fuite, cette même construction deviendrait superflue; car, d'après ce que nous avons dit à la remarque II, il est visible que la perspective du second côté de cet angle devrait être dirigée au second de ces points de distance.

Remarque V. Le point évanouissant de la commune intersection de deux plans originaux est à l'intersection des lignes de fuite de ces plans; car il doit se trouver en même temps sur chacune d'elles. La commune intersection de deux plans qui ont leurs lignes de fuite parallèles est parallèle à ces lignes de fuite, et par conséquent il en est de même de sa perspective. Enfin, l'intersection de deux plans originaux, dont l'un est parallèle au tableau, est parallèle à la ligne de fuite du second de ces plans, et par conséquent il en est de même de sa perspective.

Remarque VI. Le théorème que nous avons démontré (28) pourrait se déduire du principe que nous venons d'énoncer en premier lieu dans cette dernière remarque; car, soit IE' la perspective d'une ligne inclinée, et E' son point évanouissant, si l'on menait par cette ligne un plan vertical, la ligne de fuite de ce plan serait la perpendiculaire abaissée du point E' sur la ligne d'horizon Ee' , et l'intersection de ce plan avec un plan horizontal quelconque, intersection qui serait la projection sur ce dernier plan de l'originale de IE' , aurait pour point évanouissant le point e' intersection des lignes de fuite $E'e'$ et Ee' .

105: PROBLÈME III. Etant donnée la ligne de fuite d'un plan original quelconque, trouver le point évanouissant des lignes perpendiculaires à ce plan ou à ceux qui lui seraient parallèles. (Fig. 84.)

Soit EE' la ligne de fuite donnée, et soient EE'' la ligne d'horizon, C le point principal, et CD la distance principale.

Déterminez le point E'' pour le point évanouissant des horizontales perpendiculaires à celles qui auraient leurs perspectives dirigées au point E , et prenez $E''d$ égale à $E''D$; menez par E'' une perpendiculaire indéfinie à l'horizon; du point E' , intersection de cette perpendiculaire avec la ligne de fuite donnée, menez une droite au point d , et par ce même point d menez dE''' perpendiculaire à cette droite; le

point E'' , intersection de cette perpendiculaire avec la verticale $E'E''$, sera le point évanouissant cherché.

Démonstration. Si par l'œil, en position vraie, et par chacune des droites EE' , $E'E''$, on menait des plans, le second de ces plans serait perpendiculaire au premier, car il serait perpendiculaire à l'horizontale menée de l'œil au point E , horizontale qui serait située dans ce plan : par conséquent, si par l'œil on menait dans le plan vertical $E'E''$ une ligne perpendiculaire à l'intersection de ces deux plans, cette ligne serait perpendiculaire au plan conduit par l'œil et la ligne EE' , d'où il résulte qu'elle serait aussi perpendiculaire à tous les plans originaux qui auraient leur ligne de fuite en EE' , et que, par sa rencontre avec le tableau, elle déterminerait le point évanouissant des droites perpendiculaires à ces plans; mais l'intersection des deux plans conduits par l'œil et chacune des lignes EE' , $E'E''$, passerait par l'œil et par le point E' , et comme la distance $E'd$ est égale à celle de la ligne de fuite $E'E''$ à l'œil, si le plan vertical $E'E''$ tournait autour de cette ligne jusqu'à se confondre avec le plan du tableau, cette intersection se placerait en $E'd$, donc la perpendiculaire qui lui serait menée dans ce plan vertical prendrait position suivant dE'' ; d'ailleurs, pendant ce mouvement, le point de rencontre de cette perpendiculaire avec le tableau, étant situé sur la ligne $E'E''$, ne changerait pas de position, donc cette perpendiculaire en position vraie rencontrerait, en effet, le tableau au point E'' .

Remarque I. Si la ligne de fuite donnée est parallèle à la ligne d'horizon, il n'y aura d'autre modification à cette construction qu'en ce que le point E'' sera le point principal, et la distance $E'd$ la distance principale.

Si la ligne de fuite donnée est verticale, comme $E'E''$, le point cherché s'obtiendra plus simplement; car il est visible qu'il sera celui des horizontales perpendiculaires aux lignes aussi horizontales qui auraient pour point évanouissant le point d'intersection de la ligne de fuite $E'E''$ avec la ligne d'horizon.

Enfin, si la ligne de fuite donnée passe par le point principal, elle appartiendra à un système de plans perpendiculaires au tableau, les lignes originales perpendiculaires à ces plans seront parallèles au tableau, et n'auront plus de point évanouissant, mais leurs perspectives devront être perpendiculaires à la ligne de fuite donnée.

Remarque II. On pourrait obtenir le point évanouissant cherché, en déterminant d'abord le centre et la distance de la ligne de fuite EE' (103), devant par ce centre C une perpendiculaire $C'D'$ à cette ligne de fuite, égale à cette distance, joignant le point E au point D' menant DE' perpendiculaires à ED , abaissant du point de rencontre de cette dernière ligne avec la ligne de fuite EE' une perpendiculaire sur la ligne d'horizon, et achevant la construction comme ci-dessus. En effet, le point E' ainsi déterminé serait le point évanouissant des lignes perpendiculaires à l'intersection du plan original proposé avec le plan principal (104), la ligne $E'E''$ serait donc la

ligne de fuite des plans verticaux perpendiculaires à cette intersection; et par conséquent au plan original proposé, d'où il résulte que cette ligne serait la même que celle qui se trouve déterminée par la construction que nous avons exposée en premier lieu.

Remarque III. On répondrait par une construction semblable à l'une de celles que nous venons d'indiquer, et faite seulement dans un ordre inverse, le problème inverse de celui que nous nous sommes proposé, savoir : *Étant donné le point évanouissant d'une droite quelconque, trouver la ligne de fuite des plans perpendiculaires à cette droite.*

106. PROBLÈME IV. *Étant données la ligne EE' pour la ligne de fuite d'un plan original quelconque, la ligne IV , parallèle à EE' , pour l'intersection de ce plan avec le tableau, et la ligne mr , parallèle à chacune de ces lignes, pour la perspective indéfinie d'une droite située dans ce plan, et parallèle à l'intersection IV , trouver, à partir d'un point donné m de cette ligne, la perspective d'une partie de son originale déterminée de grandeur. (Fig. 85.)*

Par un point quelconque de la ligne de fuite EE' , et par le point donné m , menez la ligne Em prolongée jusqu'à la ligne IV , portez la grandeur originale donnée en AB , et menez BE qui coupera la ligne mr au point p ; mp sera la perspective demandée.

Démonstration. Les droites AE et BE , étant dirigées à un même point de la ligne de fuite EE' , représentent des droites situées dans le plan original proposé, et parallèles entre elles; donc la figure $ARpm$ est la perspective d'un parallélogramme, et par conséquent la ligne mp est la perspective d'une grandeur égale à AB .

Remarque. La perspective mp doit avoir la même grandeur qu'aurait celle d'une ligne égale à son originale, et menée par l'un des points de cette originale parallèlement à la base du tableau (29); par conséquent, au lieu d'opérer comme nous venons de le faire, on pourrait mener, par le point de rencontre de la ligne mp avec la perspective de l'intersection du plan proposé avec le plan principal, une parallèle à la ligne d'horizon, déterminer sur cette parallèle une partie perspectivement égale à la grandeur originale donnée (39), puis prendre ensuite la perspective mp géométrale-ment égale à cette partie; et il résulte encore de là que, si la ligne mr ne rencontrait pas cette intersection perspective dans les limites du tableau, on pourrait mener, par un point quelconque de cette intersection, une parallèle à la ligne de fuite EE' , déterminer, suivant ce que nous venons de dire, en un endroit quelconque de cette parallèle, une partie perspectivement égale à la grandeur originale donnée, puis achever la construction en se servant de cette grandeur comme nous nous sommes servis de la grandeur originale elle-même portée sur l'intersection du plan proposé avec le tableau.

107. PROBLÈME V. *Étant données la ligne de fuite EE' d'un plan original quelconque, son intersection II' avec le tableau, et la perspective indéfinie AE d'une droite située dans ce plan, et non parallèle à cette intersection, trouver, 1° la perspective d'un point de cette droite situé à une distance connue de sa rencontre avec le tableau; 2° la perspective d'une partie de cette droite déterminée de grandeur. (Fig. 85.)*

1° Par le centre C de la ligne de fuite donnée, élevez sur cette ligne de fuite une perpendiculaire CD' d'une longueur égale à sa distance; faites Ed' égale à ED' ; prenez, à partir de A , sur la ligne II' , une longueur AG égale à la distance du point original à cette ligne, et menez Gd' ; l'intersection de cette droite avec AE sera la perspective cherchée.

Démonstration. Si, de l'œil, on menait des droites à chacun des points E et d' , ces droites seraient respectivement parallèles aux lignes représentées en AE et Gd' ; mais la perpendiculaire CD' étant égale à la distance de la ligne de fuite EE' , le triangle formé par ces droites et la partie Ed' de cette ligne de fuite serait égal au triangle $ED'd'$: d'ailleurs celui-ci est isocèle par suite de la construction; donc le triangle AGm est la perspective d'un triangle isocèle; donc enfin Am est respectivement égale à AG .

2° Par le point m , déterminé ou choisi pour l'origine de la perspective demandée, et par le point d' , menez dm prolongée jusqu'à l'intersection du plan original et du tableau en G ; portez la grandeur originale donnée en GF , et menez la droite Fd' qui coupera la perspective indéfinie AE au point n ; mn sera la perspective demandée.

Démonstration. D'après ce qui a été démontré en premier lieu, Am est la perspective d'une partie de la droite représentée en AE égale à AG , et An est la perspective d'une partie de cette droite égale à AF ; donc mn est en effet la perspective d'une partie de cette droite égale à GF .

Autre construction. Menez par m la droite mr parallèle à la ligne de fuite EE' , et par conséquent aussi à la ligne II' ; portez la grandeur originale donnée en AB ; menez BE qui coupera la ligne mr au point p , et par p menez pd' qui coupera la perspective indéfinie AE au point n ; mn sera la perspective demandée.

Démonstration. La ligne np peut être regardée comme la perspective d'une droite parallèle à la ligne II' , et d'une grandeur égale à AB (106): cela posé, le triangle mpn est la perspective d'un triangle isocèle; car ses deux côtés mn et np représentent des droites qui seraient parallèles aux lignes menées de l'œil aux points E et d' , et ces dernières lignes formeraient, avec la partie $d'E$ de la ligne de fuite EE' un triangle égal au triangle $ED'd'$, lequel est isocèle; donc mn est la perspective d'une grandeur égale à celle qui est représentée en mp , et par conséquent égale à AB .

Remarque I. On voit par cette démonstration, et par ce que nous avons dit à

l'article précédent, que l'on parviendrait encore au même résultat, soit en portant d'abord la grandeur originale donnée sur la ligne IF en tout autre endroit qu'à partir de A , et menant ensuite des deux extrémités de cette grandeur à un même point de la ligne de fuite EE' deux droites, dont l'une passât par m , soit en prenant d'abord la grandeur mp égale à la perspective de la grandeur originale donnée, déterminée en premier lieu sur une parallèle à l'horizon menée par m ; que l'on pourrait encore, dans chacune des deux constructions que nous venons d'exposer en dernier lieu, employer, au lieu de l'intersection du plan original proposé avec le tableau, une parallèle à cette intersection on à la ligne de fuite de ce plan, menée par un point quelconque de son intersection perspective avec le plan principal, en portant, sur cette parallèle, la grandeur originale réduite en raison de son enfoncement dans le tableau, ce qui peut être utile lorsque l'intersection du plan original proposé avec le tableau se trouve hors des limites du cadre; et qu'enfin, si c'était l'extrémité perspective n qui fût connue, on obtiendrait le point m en portant, sur une parallèle à la ligne de fuite EE' menée par n , la grandeur originale réduite en raison de l'enfoncement de ce point n dans le tableau, puis menant, par l'extrémité de cette grandeur, la ligne qm dirigée au point d' .

Remarque II. Il résulte aussi de cette démonstration que, si la perspective mn est donnée, et que l'on veuille déterminer, sur chacune des parallèles à la ligne de fuite EE' menées par les points m et n , une partie qui lui soit respectivement égale, il suffira de couper la première de ces parallèles par une droite menée du point d' au point n et suffisamment prolongée, et la seconde par une ligne menée du point m au même point d' .

Remarque III. On aurait pu, dans les constructions précédentes, employer, au lieu du point d' , un point situé de l'autre côté du point E à une distance de ce point égale à Ed' .

Remarque IV. Si la perspective donnée eût été dirigée au centre de la ligne de fuite EE' , le point d' eût été l'un des points de distance de cette ligne de fuite.

Remarque V. D'après les deux derniers problèmes que nous venons de traiter et celui que nous avons précédemment résolu à l'article 104, il est aisé de voir que, pour tracer la perspective des figures situées dans un plan original quelconque, il suffit de se servir de la ligne de fuite de ce plan, et du centre et de la distance de cette ligne de fuite, comme on se sert de la ligne d'horizon, du point principal et de la distance principale pour tracer les perspectives des figures situées dans des plans horizontaux; et ce rapprochement, qui achèvera de devenir sensible par les deux problèmes dont nous allons encore nous occuper dans ce paragraphe, et qui ne souffre aucune modification, en fournissant au lecteur le moyen de se proposer, d'après les questions que nous avons traitées dans le chapitre précédent (§ II), un nombre

suffisant d'exercices, nous permettra de nous borner ensuite aux applications les plus fréquentes des méthodes que nous venons de développer :

Enfin l'on verra encore sans peine, à l'aide de ce rapprochement, que, lorsqu'une fois on connaît la ligne de fuite d'un plan quelconque, le centre et la distance de cette ligne de fuite et l'intersection de ce plan avec le tableau, on peut obtenir au besoin, par des procédés entièrement semblables à ceux que nous avons employés dans le premier problème de ce paragraphe, la ligne de fuite et l'intersection avec le tableau de tout plan original connu de position par rapport à ce premier plan ; et qu'ainsi, si nous avons d'abord supposé que l'on rapportât la position de tous les objets originaux à un même plan horizontal, ce n'était que pour faciliter au lecteur l'intelligence des méthodes que nous avons à développer, en nous conformant aux idées avec lesquelles on est le plus généralement familiarisé dans les arts.

108. PROBLÈME VI. *Étant donné le point évanouissant E d'une ligne quelconque, et la perspective AB d'une partie aussi quelconque de cette droite, diviser cette perspective en un nombre déterminé de parties perspectivement égales entre elles ; ou qui aient perspectivement entre elles des rapports donnés.* (Fig. 86.)

Par les points *E* et *A* menez dans une direction arbitraire les deux lignes *EX* et *AM* parallèles entre elles ; prenez sur *AM* un nombre suffisant de parties qui aient géométriquement entre elles les mêmes rapports que doivent avoir perspectivement entre elles les parties de *AB*, et, par conséquent, qui soient géométriquement égales entre elles, si celles-ci doivent être perspectivement égales. Par le point *B*, et par le point *M*, extrémité de la dernière des parties prises sur *AM*, menez une droite jusqu'à la rencontre de la ligne *EX* en *X*, et par tous les points de division de *AM* menez des lignes au point *X* ; la perspective *AB* sera divisée, à ses intersections avec ces lignes, suivant les conditions requises.

Démonstration. Les lignes *EX* et *AM* peuvent être regardées, la première comme la ligne de fuite d'un plan conduit suivant l'originale de *AB*, et la seconde comme la perspective d'une ligne située dans ce plan et parallèle à son intersection avec le tableau ; mais les parties de cette dernière ligne représentées en *AF, FG, GH, HM*, seraient géométriquement proportionnelles à ces différentes divisions (29) ; d'ailleurs les lignes *MB, Ih, Gg, Ff*, étant dirigées à un même point de la ligne de fuite *EX*, peuvent être considérées comme les perspectives d'un système de droites parallèles entre elles, situées dans le plan conduit suivant l'originale de *AB* et menées par les différents points de division de l'originale de *AM* ; donc la ligne représentée en direction et en grandeur suivant *AB* serait en effet divisée par les originales de ces lignes en parties proportionnelles aux divisions *AF, FG, GH, HM*.

Remarque I. S'il ne s'agissait que de diviser une ligne perspective donnée, et

dont le point évanouissant fût connu, en deux parties perspectivement égales, on pourrait, au lieu de cette construction générale, employer le procédé suivant.

On mènera par le point évanouissant E de la ligne donnée une ligne arbitraire EL , et par les points A et B deux droites parallèles entre elles dans une direction aussi arbitraire; on joindra les points A et K , B et L par des droites, et par l'intersection de ces droites on mènera og géométriquement parallèle aux lignes BK et AL ; le point d'intersection de cette ligne avec la perspective AB sera le point de division cherché, c'est-à-dire le milieu perspectif de cette ligne; car on pourra toujours considérer les lignes AL et BK comme les perspectives de deux droites parallèles entre elles et au tableau, menées par les deux extrémités de l'originale de AB , et par conséquent la figure $ABKL$ pourra être regardée comme la perspective d'un parallélogramme.

Remarque II. Ces dernières constructions généralisent celles que nous avons enseignées dans les articles 42 et 43.

Remarque III. D'après ce dernier exemple, on résoudra facilement au besoin, pour les lignes situées dans un plan original quelconque, les questions que nous avons traitées à l'égard des lignes horizontales dans les articles 44 et 45.

109. PROBLÈME VII. *Étant données la ligne de fuite d'un plan original quelconque, et la perspective de l'intersection de ce plan avec le plan principal, trouver les perspectives de plusieurs lignes verticales élevées en différents points de ce plan, et d'une hauteur déterminée.* (Fig. 87.)

Soit $E'E$ la ligne de fuite du plan d'un terrain en talus, II' la perspective de la base de ce talus, ou de son intersection avec le plan principal; soient $b, c, \dots, f, g, h, k$, les perspectives des pieds de plusieurs arbres élevés sur ce talus, et d'une hauteur connue; et soit proposé de déterminer les hauteurs des perspectives de ces différents arbres.

A l'intersection de la base perspective II' avec la ligne aE sur laquelle se trouvent situés dans la figure plusieurs des points proposés, intersection qui est la perspective d'un point du plan principal, élevez, par les procédés de l'article 46, une verticale am d'une hauteur perspectivement égale à celle des arbres originaux; du point m , menez une droite au point de rencontre de la droite aE avec la ligne de fuite EE' ; élevez les verticales bq, cr , etc., terminées sur la ligne mE ; menez par f une parallèle à la ligne de fuite EE' jusqu'à la rencontre de la ligne aE prolongée s'il est nécessaire; élevez la verticale 1-2 terminée sur mE ; prenez les hauteurs fp et gs égales à 1-2; enfin opérez de la même manière à l'égard de chacune des verticales élevées par les points h et k ; les hauteurs bq, cr, gs, fp , etc., seront celles des perspectives demandées.

Autrement, menez par un point quelconque de la base perspective II' du talus,

comme a , une parallèle à la ligne de fuite EE' ; déterminez sur cette parallèle une partie at perspectivement égale à la hauteur des arbres à représenter (106); menez les droites aE et tE dirigées à un même point de la ligne de fuite EE' , et prenez les hauteurs des différents arbres perspectifs b, c, f, h, k , respectivement égales aux parties des parallèles à la ligne de fuite EE' menées par les points b, c, f, h, k , qui se trouveront interceptées entre les lignes aE et tE , prolongées s'il est nécessaire.

Ces constructions se démontreront de même que celles de l'article 46, dont elles ne diffèrent qu'en ce que l'on a recours à la détermination préliminaire de la hauteur perspective am , élevée en un point de la base II' , pour éviter de rechercher l'intersection du tableau avec le plan du talus, intersection qui pourrait se trouver hors des limites du cadre.

§ III. EXEMPLES DE LA PERSPECTIVE DES OBJETS INCLINÉS PAR LA MÉTHODE DES LIGNES DE FUITE.

110. *Perspective d'un parallélepède rectangle incliné, posé sur le plan principal par l'un de ses angles, et appuyé sur un autre parallélepède rectangle.* (Fig. 88. Le point principal est C , et la distance principale est CD .)

Ayant déterminé le point a pour la perspective du sommet de l'angle par lequel le corps à représenter pose sur le plan principal, choisissez convenablement, ou déterminez s'il est nécessaire, par les procédés de l'article 103, la ligne EE' pour la ligne de fuite du plan de la base de ce corps, et cherchez le centre et la distance de cette ligne de fuite.

Choisissez convenablement, ou déterminez s'il est nécessaire, par les constructions de l'article 104, le point E de la ligne de fuite EE' pour le point évanouissant de l'un des côtés de la base du parallélepède original, et menez par a la ligne ag dirigée à ce point, et d'une grandeur perspectivement égale à celle de ce même côté, en déterminant s'il le faut cette grandeur par les constructions de l'article 107.

Déterminez, sur la ligne de fuite EE' , le point E' pour le point évanouissant des lignes perpendiculaires à l'originale de ag , et à toutes les droites qui ont leur point évanouissant en E (104); des points a et g , menez les droites ab et gf dirigées au point E' ; déterminez convenablement la grandeur ab pour la perspective de la seconde dimension du corps original, et menez par b la ligne bf dirigée au point E ; ce qui achèvera la perspective de la base de ce corps.

Déterminez le point E'' pour le point évanouissant des lignes perpendiculaires aux plans dont la ligne de fuite est EE' (105); par les points a, b, f, g , menez les droites am, bn, gp, fo , dirigées au point E'' ; déterminez convenablement la grandeur am

pour la perspective de la troisième dimension du solide original; menez mn dirigée au point E' ; des points m et n , menez les droites mp et no dirigées au point E , et joignez les points p et o par une droite qui devra être dirigée au point E' ; ce qui achèvera la perspective de la base supérieure du parallélépipède proposé.

Enfin, par les points évanouissants des droites ag et am , faites passer une droite qui sera la ligne de fuite du plan de la face représentée en $ampr$ (103, rem. III); menez, à une hauteur convenable, la ligne 1-2 dirigée au point de rencontre de la ligne $E'E$ avec la ligne d'horizon, ou parallèle à ces deux lignes si, comme dans cet exemple, elles sont parallèles entre elles; menez par a la ligne $a-3$ dirigée au point de rencontre de la ligne de fuite verticale $E'C''$ avec la ligne d'horizon, puis menez par 2 la verticale 2-3 terminée sur $a-3$; vous aurez en 3, 2 et 1, trois sommets de la perspective du parallélépipède sur lequel s'appuie le solide incliné, et il vous sera facile d'achever cette perspective en déterminant d'abord le point évanouissant des horizontales perpendiculaires à l'arête aussi horizontale représentée en 1-2, point qui, dans cet exemple, est le point principal.

Démonstration. La construction de la perspective du parallélépipède incliné n'a besoin d'aucune démonstration, puisqu'elle est une suite immédiate de la nature des angles que les faces et les arêtes de ce solide forment entre elles; et quant à la perspective du corps sur lequel il s'appuie, et dont la base pose sur le plan principal, il suffit de remarquer que la base supérieure de ce second corps, étant horizontale, coupe la face du solide incliné qui se trouve représentée en $ampr$ suivant une ligne parallèle à l'intersection du plan de cette face avec le plan principal, et qui doit par conséquent avoir sa perspective dirigée au point de rencontre de la ligne d'horizon avec la ligne de fuite de ce plan, ou parallèle à ces lignes lorsqu'elles sont elles-mêmes parallèles entre elles, comme cela a lieu dans la figure, et qu'en outre le pied de la verticale représentée en 2-3 doit avoir sa perspective sur la perspective de la projection horizontale de l'arête représentée en am , perspective qui doit être dirigée au point de rencontre de la ligne d'horizon avec la perpendiculaire à cette ligne menée par E'' (104, rem. VI).

Remarque I. Pour que l'on pût suivre avec plus de facilité l'ensemble de l'opération, nous avons indiqué sur la figure les différentes lignes nécessaires à la détermination des deux points évanouissants E' et E'' , et celles qui servent à déterminer les grandeurs perspectives ag , ab et am , lorsque l'on connaît les dimensions du parallélépipède original. La ligne CC' est perpendiculaire à la ligne de fuite EE' , et détermine le centre de cette ligne de fuite (103); les parties Cc' et Cd sont égales, la première à CC , la seconde à CD . La perpendiculaire CC' est prolongée d'une quantité $C'D'$ égale à la distance de la ligne de fuite EE' , c'est-à-dire à celle des points c' et d (103). La ligne $D'E'$ est perpendiculaire à $D'E$ et détermine sur la

ligne de fuite EE' le point évanouissant des lignes perpendiculaires à celles qui ont leurs perspectives dirigées au point E . La ligne DC' perpendiculaire sur $E''D$ donne le point C'' pour le point évanouissant des horizontales perpendiculaires aux lignes aussi horizontales dont le point évanouissant est en E'' , et donne en même temps la ligne $C'E''$ pour la ligne de fuite des plans verticaux perpendiculaires à la base du solide original incliné; le centre de cette ligne de fuite est C' , sa distance est $C'D$, et cette distance est ramené en $C'D'$ sur la ligne d'horizon. La ligne $D'E''$ est perpendiculaire à celle qui joint le point E'' au point D' , et détermine sur cette même ligne de fuite $C'E''$ le point évanouissant des lignes perpendiculaires au plan de la base du solide original (105). La ligne $D'E'$ est perpendiculaire à celle qui joint le point E'' au point D' et donne le point E'' pour l'intersection de la ligne de fuite EE' avec la verticale sur laquelle doit se trouver le point évanouissant E'' , en sorte que cette ligne et la ligne $E''D'$ ne sont utiles qu'autant que l'on veut vérifier l'exactitude de l'opération, ou éviter l'emploi des lignes $E''D$ et DC' . Enfin la ligne au est parallèle à la ligne de fuite EE' ; les parties au et av sont les grandeurs originales des arêtes représentées en ag et ab , réduites en raison de l'enfoncement du point a dans le tableau, et les lignes ug et vb , dirigées la première au point d' situé sur la ligne de fuite EE' à une distance du point E égale à ED' , la seconde au point d'' situé sur cette même ligne de fuite à une distance du point E' égale à $E'D'$, sont celles qui déterminent les grandeurs perspectives ag et ab . La ligne verticale ax est la grandeur de l'arête représentée en am , réduite dans le même rapport que les grandeurs originales représentées en av et au , et la ligne xm dirigée à un point d''' situé sur la ligne de fuite verticale $E'E''$ à une distance du point E'' égale à $E'D''$, est celle qui détermine la grandeur de l'arête perspective am menée par a et dirigée au point E'' .

Remarque II. Le point 4, perspective de l'un des angles de la base du parallélépipède rectangle qui pose sur le plan principal, doit se trouver sur la perspective de la projection horizontale de l'arête représentée en gp , perspective qui s'obtiendrait en abaissant la verticale Ee jusqu'à la ligne d'horizon, menant la ligne ak dirigée au point e , abaissant la verticale gk et menant la ligne $k-4$ dirigée au point C'' ; car la ligne ak serait la perspective de la projection de l'arête ag , par conséquent le point k serait la perspective de la projection du point g , et d'ailleurs la perspective de la projection de l'arête gp doit, suivant ce que nous avons déjà dit, être dirigée au point C'' .

Remarque III. On peut se donner ou déterminer en premier lieu la ligne de fuite de l'une quelconque des faces du solide incliné; mais si l'on a d'abord tracé la perspective du parallélépipède qui soutient ce corps, on devra commencer par déterminer la ligne de fuite de la face appuyée sur ce parallélépipède; car, suivant ce que

nous avons dit plus haut, cette ligne de fuite devra passer par le point évanouissant des lignes perspectives 1-2 et 4-3, ou si ces lignes sont parallèles à la ligne d'horizon, elle devra aussi être parallèle à cette dernière ligne. Dans ce cas, on mènera d'abord par les points 2 et 4 une ligne prolongée jusqu'à la rencontre de cette ligne de fuite, ce qui déterminera le point E'' ; puis on achèvera la construction de même que ci-dessus, et en se servant de la ligne de fuite EE'' comme nous nous sommes servi de la ligne de fuite EE' ; ou si l'on ne connaît point, comme nous l'avons supposé, la perspective du sommet de l'angle par lequel le parallépipède incliné pose sur le plan principal, et que l'on connaisse, au contraire, le point E'' , ou que l'on ait les données nécessaires pour le déterminer, on mènera une droite par les points 2 et E'' , on projettera ce dernier point sur la ligne d'horizon, et l'on mènera du point 3 au point C'' une ligne dont l'intersection avec celle que l'on aura précédemment menée du point 2 au point E'' fera connaître cette perspective, puis on achèvera encore la construction de la même manière.

111. *Perspective d'un escalier avec ses rampes.* (Fig. 89.)

Ayant tracé en $abfg$ la perspective de la première contre-marche, menez la ligne aE perspectivement perpendiculaire à ab , élevez par E une perpendiculaire à la ligne d'horizon qui sera la ligne de fuite du plan vertical du profil de l'escalier; prenez ensuite la hauteur EE' telle qu'elle soit à la distance de cette ligne de fuite dans le rapport que vous voulez établir entre la hauteur des contre-marches et la profondeur des marches, et le point E' sera le point évanouissant des lignes parallèles à la pente de l'escalier; car il sera le même que celui que l'on obtiendrait pour ces lignes, en employant la construction qui a été démontrée (104, 2^e partie).

Des quatre points a, g, b, f , menez des droites au point E' ; par les points f et g , menez les droites gm et fi dirigées au point E et terminées la première sur aE' , la seconde sur bE' , puis par les points i et m menez la droite im qui devra être perspectivement parallèle à ab ; élevez par ces mêmes points les verticales mn et il terminées la première sur gE' , la seconde sur fE' , puis par les points n et l menez la droite nl qui devra être perspectivement parallèle à ab , ce qui achèvera la perspective de la deuxième contre-marche; et continuez ainsi aussi long-temps qu'il sera nécessaire.

Enfin, pour construire les perspectives des rampes, déterminez convenablement l'une des hauteurs $b-1$ et $a-3$; menez la ligne 1-3 perspectivement parallèle à ab ; prenez sur cette ligne les parties 3-4 et 1-2 perspectivement égaux entre elles et d'une grandeur convenable, menez par les quatre points 1, 2, 3, 4 des droites dirigées au point E' , et le reste s'achèvera sans difficulté d'après les méthodes qui ont été exposées dans le chapitre précédent.

112. *Perspective de deux coffres avec leurs couvercles.* (Fig. 90. Le point principal est C et la distance principale est CD .)

Soit le coffre ag dont le côté ab rencontre la ligne d'horizon au point E , et qui s'ouvre suivant le côté gh .

Menez par E la ligne EE' perpendiculaire à la ligne d'horizon, et des points g et h menez, à un même point choisi ou déterminé sur la ligne de fuite EE' d'après l'inclinaison du plan du couvercle, les lignes gE' et hE' .

Prolongez l'arête verticale bh ; portez la distance de la ligne de fuite EE' (103) d'une part sur cette ligne de fuite en Ed , et de l'autre sur la ligne d'horizon en $E'd'$; prenez la distance $E'd''$ égale à $E'd'$, menez par k la droite li dirigée au point d et terminée sur la verticale bi , et par i la droite il dirigée au point d' et terminée sur hE' , puis menez lm perspectivement parallèle à hg ; la figure $hlmg$ sera la perspective du couvercle; car, d'après ce qui a été démontré à l'article 107, on aura hi perspectivement égale à hk , et hl perspectivement égale à hi , et par conséquent à hk .

Autrement, joignez le point E' au point d' ; prenez sur la ligne $E'd'$ et sur la ligne d'horizon les parties $d'r$ et $d's$ égales entre elles et d'une grandeur arbitraire; menez par d' une parallèle à la droite rs ; puis menez par k une droite dirigée au point de rencontre de cette parallèle avec la ligne de fuite EE' , l'intersection de cette droite avec la ligne hE' sera l'extrémité du couvercle; car le triangle khl sera la perspective d'un triangle semblable au triangle $d'rs$, et par conséquent la perspective d'un triangle isocèle.

Même construction pour le coffre représenté en 3-2 et qui s'ouvre suivant une ligne parallèle au tableau, en observant seulement que, la ligne de fuite des faces perpendiculaires au couvercle passant par le point principal, sa distance sera égale à la distance principale (103, rem. II), et que, le côté 1-2 étant parallèle à la ligne d'horizon, il devra en être de même du côté 5-6.

Remarque I. Nous n'examinerons pas le cas où le coffre dont on voudrait tracer la perspective s'ouvrirait suivant une ligne perpendiculaire au tableau, parce que ce cas ne pourrait présenter aucune difficulté, la largeur perspective du couvercle devant être, alors géométriquement égale à celle du coffre.

Remarque II. On pourrait employer dans cet exemple une méthode semblable à celle dont nous avons fait usage dans les articles 84 et 85, et déterminer l'extrémité l du couvercle en décrivant sur la droite hk , comme demi-diamètre, une demi-circconférence perspective.

113. *Perspective d'un comble avec des lucarnes.* (Fig. 91. Le point principal est C , et la distance est CD ou CD' .)

Ayant tracé en *ABFG* la perspective du parallélogramme rectangle aux côtés duquel aboutissent les quatre latis du comble à représenter¹, et mené, par l'intersection des diagonales *AF* et *BG*, la ligne *HI* perspectivement parallèle à *AB*, déterminez convenablement la ligne *DE* pour la ligne de fuite du latis de long-pan, et la ligne *DE'* pour la ligne de fuite du latis de croupe², et menez jusqu'à ces lignes de fuite les droites *DE'* et *DE* perpendiculaires à la ligne d'horizon.

Menez une droite du point *A* au point *E*, élevez *HK*, menez par *K* une parallèle perspective à *AB*, joignez le point *A* au point d'intersection des lignes de fuite *DE* et *DE'*, et tracez *LG*; abaissez *LJ*, déterminez ensuite, à partir de *I*, une grandeur *IJ'* perspectivement égale à *HJ*³; élevez *J'L'* terminée sur *KD*, et menez une droite du point *L'* au point *B*⁴, ce qui achèvera la perspective des deux latis visibles; puis tracez comme à la figure 74 les perspectives des intersections des surfaces cylindriques par lesquelles se fait le raccordement de ces latis avec la corniche.

Tracez à une hauteur convenable la ligne *ab* perspectivement parallèle à *AB*, pour la perspective de l'horizontale suivant laquelle les faces antérieures des lucarnes du latis de long-pan coupent ce latis, prolongez cette ligne jusqu'à la rencontre de *AK*, et fixez en *mn* la hauteur perspective de ces lucarnes. Établissez sur l'une des lignes *AB* ou *ab* les divisions perspectives *af*, *fg*, etc., ou *A-1*, *1-2*, etc., pour leur disposition sur le latis; élevez les perspectives de leurs faces antérieures, de même qu'à la figure 74, puis des points *f* et *g* menez des droites dirigées au point *E*, et des points *h* et *i* menez des lignes au point *D'* respectivement ter-

¹ Les côtés de cette perspective sont ici dirigés aux points de distance, ce qui n'ôte rien à la généralité de la solution.

² Nous avons supposé que ces deux latis aient la même inclinaison.

³ Voyez l'article 97, où nous avons déjà indiqué la construction de cette figure par une autre méthode.

⁴ De même que le point évanouissant de la ligne *AL* est donné par l'intersection des deux lignes de fuite *DE'* et *DE*, celui de la ligne *L'B* serait donné par l'intersection de la ligne *DE* et de la ligne de fuite du second latis de croupe; et si ces deux lignes étaient parallèles, comme il arriverait dans cet exemple, on en conclurait que la ligne *LB* devrait aussi être parallèle à chacune d'elles; par conséquent, en cherchant cette ligne de fuite que l'on obtiendrait en prolongeant la ligne *DE'* d'une quantité égale à elle-même, et menant une droite par le point *D'* et l'extrémité de ce prolongement (103, rem. 1), on éviterait d'avoir à déterminer les points *J* et *J'*. Enfin, en construisant de même la ligne de fuite du second latis de long-pan, et menant la droite *GL* dirigée au point d'intersection de cette ligne de fuite avec la ligne *DE'* ou parallèle à ces lignes, si elles étaient parallèles entre elles, on déterminerait le point *L* sans le secours des lignes *HK* et *AE*.

minées sur ces droites, ce qui complètera la perspective des faces verticales de ces lucarnes.

Enfin déterminez la ligne de fuite des parties antérieures des toits de ces lucarnes, et celle des parties latérales que l'on voit représentées sur la figure en $hktu$, lignes de fuite qui seront les lignes DE et DE' si ces parties ont la même inclinaison que les latis de long-pan et de croupe, comme nous l'avons supposé dans cet exemple. Par le point 3, milieu perspectif de 1-2, menez une droite dirigée au point E , du point k menez une droite au point d'intersection des lignes DE et DE' (la seconde de ces lignes étant considérée ici comme la ligne de fuite des parties représentées en $hktu$); par l'intersection t des lignes menées du point 3 au point E , et du point k au point E' , menez la ligne tu dirigée au point D ; menez par h la ligne hu dirigée au même point d'intersection des lignes DE et DE' (ces lignes étant considérées ici comme les lignes de fuite des faces des toits des lucarnes), et menez du point u au point i la ligne ui , ce qui complètera la perspective de ces toits, à leurs parties saillantes près, pour lesquelles il vous faudra opérer comme nous l'avons fait à la-figure 74.

Même construction pour la perspective de la lucarne du latis de croupe, en observant d'en déterminer d'abord la hauteur de même qu'à la figure 74.

114. *Perspective d'un fronton triangulaire.* (Fig. 92. Le point principal est C , et la distance est CD ou CD' .)

Ayant fixé en $a'a''$ la direction et la largeur perspective du mur terminé par le fronton à représenter, et divisé la ligne $a'a''$ en deux parties perspectivement égales au point a , construisez le profil perspectif ab , et tracez, par son moyen, la perspective de la corniche en saillie sur ce mur, et celle de son retour suivant la ligne $a'D'$, perspectivement perpendiculaire à $a'D$ (94, 95 et 96).

Fixez en 2-3 la hauteur perspective du tympan du fronton, menez bg parallèle à 2-3, et 3- g dirigée au point D ; élevez par D une perpendiculaire indéfinie à la ligne d'horizon, et menez les droites $b'g$ et $b''g$ prolongées jusqu'à cette perpendiculaire qu'elles devront rencontrer en deux points E et E' équidistants du point D .

Construisez l'angle vrx géométriquement égal à la moitié de l'angle du tympan du fronton original (fig. 92 α), menez arbitrairement la ligne zv perpendiculaire sur xz , prenez les parties $z-1$, $z-2$, ... géométriquement égales aux parties $a-1$, $a-2$, ... de la figure 92, et par tous les points 1, 2, ... menez des parallèles à la ligne xz jusqu'à la rencontre de la droite vx suffisamment prolongée.

* Ces lignes $a'D$ et $a'D'$ sont ici dirigées aux points de distance, ce qui n'ôte rien à la généralité de la solution.

Prenez les parties 3-*f*, 3-4. . . géométraleme^{nt} égales aux parties 3-*x*, 3-4. . . de la figure 92 *a*, puis menez par les points *f*, 4. . . des droites dirigées au point *D'*, et, par les points tels que 5, des parallèles à la ligne *bg*, ce qui construira le profil perspectif *fg*, et, par les points *f*, 6. . . menez des droites dirigées les unes au point *E*, les autres au point *E'*.

Enfin, complétez le profil *al* et les profils *a''*, *a'''*, *l'*, achevez la perspective de la partie latérale de la corniche, et, pour terminer celle du fronton, menez les droites *l'n* et *l'n* dirigées, la première au point *E'*, la seconde au point *E*, et qui devront se couper en un point tel que, si de ce point on mène une droite au point *l*, cette droite soit parallèle à la ligne *bg*.

S IV. DES MOYENS D'EXÉCUTER LES OPÉRATIONS QUI SE RAPPORTENT À LA PERSPECTIVE DES OBJETS INCLINÉS, LORSQUE L'ON NE PEUT MARQUER HORS DE L'ÉTENDUE DU TABLEAU LES POINTS NÉCESSAIRES À CES OPÉRATIONS.

115. Les méthodes que nous avons enseignées dans les articles 104 et 107 étant entièrement semblables à celles que nous avons précédemment données dans les articles 36, 37, 38, 40 et 41, toutes les fois que le centre de la ligne de fuite sur laquelle on opère ne se trouve point hors des limites du tableau, on peut, pour déterminer les points évanouissants situés sur cette ligne de fuite, et nécessaires à la construction de la perspective que l'on se propose d'obtenir, comme pour tracer ensuite les lignes qui doivent être dirigées vers ces points, employer des procédés semblables à ceux que nous avons développés dans les articles 47, 48, 49, 50 et 51, et ce serait entrer dans des détails tout-à-fait superflus que de reprendre ici l'exposition de ces procédés pour le cas où l'on a à se servir d'une ligne de fuite autre que la ligne d'horizon; mais si l'on cherchait à résoudre les questions que nous avons traitées dans les problèmes I et III de ce chapitre, en s'assujettissant à ne prolonger aucune ligne hors des limites du tableau, on serait souvent conduit à des constructions trop laborieuses, et d'ailleurs on peut être dans la nécessité d'employer en certaines occasions des lignes de fuite qui se trouvent tout entières hors de ces limites. On ne saurait donc éviter le plus généralement, lorsque l'on doit mettre des objets inclinés en perspective, de recourir à la construction d'une esquisse tracée de manière que l'on puisse y marquer, sinon la totalité, du moins la plus grande partie des lignes et des points nécessaires à l'opération; et lors même que l'on n'a à employer que des points évanouissants horizontaux, on est encore, quelquefois dans la nécessité de suivre cette marche pour abrég^{er} le travail; mais alors, sans construire la perspective sur cette esquisse, il suffit de l'employer à déterminer la position de chacun des points évanouissants dont on

doit se servir par rapport au point principal, et, cette préparation étant faite, on obtient ensuite sans difficulté sur le tableau, par les procédés des articles 49 et 50, les différentes lignes qui doivent être dirigées vers ces points.

116. Pour rendre ceci plus sensible, soit $ABFG$ (fig. 93) le tableau, HH' la ligne d'horizon, C le point principal, et supposons que l'on ait à construire la perspective d'un édifice rectangulaire terminé par un comble, et que l'on ait déjà déterminé la ligne NM pour la perspective de l'un des côtés de la base de cet édifice.

On divisera la base AB du tableau en un certain nombre de parties égales, et, prenant la ligne ab égale à l'une de ces parties que nous supposerons ici, pour fixer les idées, être le tiers de cette base, on construira le rectangle $abfg$ semblable au rectangle $ABFG$, puis on prendra la hauteur bh égale au tiers de BI , et la distance hc ou $h'c$ égale au tiers de HC ou HC' , ce qui déterminera sur l'esquisse la ligne hh' pour la ligne d'horizon, et le point c pour le point principal, et l'on élèvera par le point c la ligne cd perpendiculaire sur hh' , et égale au tiers de la distance que l'on aura choisie.

Tout étant ainsi préparé, on prendra am égale au tiers de AM , am , égale au tiers de AN , et l'on tracera la ligne nm , que l'on prolongera jusqu'à la rencontre de la ligne $h'h$, aussi prolongée, puis on déterminera, 1° le point évanouissant des horizontales perspectives qui devront être tracées sur la seconde face visible de l'édifice à représenter, et qui devront par conséquent être perspectivement perpendiculaires aux lignes dirigées au point e , point qui sera donné par l'intersection de la ligne d'horizon avec la ligne de , menée par d et perpendiculaire sur de ; 2° les points évanouissants des deux systèmes de lignes qui devront servir à construire les parties d'égale saillie sur les différentes faces de l'édifice ou sur différents plans parallèles à ces faces telles que des degrés, des corniches (92 et 95), et qui devront par conséquent faire, avec les lignes dirigées à chacun des points e et e' , des angles perspectivement égaux à la moitié d'un angle droit, points qui seront donnés par les intersections de la ligne d'horizon avec chacune des lignes de'' et dr , menées de telle sorte que les angles ede'' et $e'dr$ soient chacun de 45° ; 3° les points évanouissants des lignes qui devront servir à déterminer, d'après le devis géométral de l'édifice, les grandeurs perspectives des lignes dirigées à chacun des points e et e' , points que l'on obtiendra en faisant les distances ed' et $e'd''$ égales, la première à ed , la seconde à $e'd$; enfin, on déterminera les lignes de fuite des latitudes visibles du comble par lequel devra se terminer l'édifice à représenter; lignes de fuite que l'on obtiendra par la méthode que nous avons exposée à l'article 103, et qui devront passer, l'une par le point e , comme ee'' , et l'autre par le point e' , puis on recherchera les points de chacune de ces lignes de fuite que l'on jugera pouvoir être nécessaires dans le cours de l'opération; et s'il se

trouve quelqu'un des points de ces lignes de fuite ou de la ligne d'horizon que l'on ne puisse encore obtenir faute d'étendue, on recourra aux méthodes que nous avons rappelées au commencement de l'article précédent, comme nous l'avons fait à l'égard du point évanouissant de l'un des systèmes de droites horizontales qui seraient avec la ligne *nm* des angles perspectivement égaux à la moitié d'un angle droit, point qui serait situé à une distance du point principal double de $c-\frac{1}{2}e''$.

Tous les points évanouissants dont on devra se servir étant ainsi déterminés sur l'esquisse, on mènera des droites du point principal à chacun de ceux qui seront situés sur une ligne de fuite autre que la ligne d'horizon, comme e'' ; on ramènera tous ces points dans les limites du cadre *abgf*, ce que l'on fera dans cet exemple en prenant $c-\frac{1}{2}e$ égale au quart de *ce*, $c-\frac{1}{2}d''$ égale à la moitié de cd' , $c-\frac{1}{2}e'$ égale à la moitié de ce' , $c-\frac{1}{2}e'''$ égale à la sixième partie de $c-\frac{1}{2}e''$, par conséquent à la douzième partie de la distance du point évanouissant correspondant au point principal, et enfin $c-\frac{1}{2}e''$ égale au quart de ce'' ; puis on prendra sur le tableau *C-B* triple de $c-\frac{1}{2}e$, *C-D'* triple de $c-\frac{1}{2}d''$, etc., et prenant *FO* triple de *fo*, on mènera la ligne *CO*, sur laquelle on prendra *C-E'* triple de $c-\frac{1}{2}e''$.

Enfin cette dernière opération étant achevée, et la distance du point principal à chacun des points évanouissants que l'on aura à employer dans le cours de l'opération se trouvant ainsi réduite sur le tableau dans un rapport connu, il ne restera plus, comme nous l'avons déjà fait remarquer, qu'à employer au besoin, pour obtenir les différentes droites que l'on devra tracer, les constructions que nous avons données dans les articles 49 et 50, en se servant des lignes menées du point principal aux points évanouissants vers lesquels ces droites devront être dirigées, comme nous nous sommes servi dans ces constructions de la ligne d'horizon; et à cet égard nous ajouterons seulement ici à ce que nous avons dit dans le second de ces deux articles une dernière observation relative à une circonstance qui se présente fréquemment dans la pratique.

Lorsque l'on a déjà deux lignes *pq* et *mn* dirigées vers un point évanouissant (fig. 94) inaccessible, et que l'on doit mener par plusieurs points situés sur une même droite, comme *r, t, v*, de nouvelles lignes qui tendent à ce même point évanouissant, on peut tracer toutes ces lignes en même temps et d'une manière fort simple; car d'après ce qui a été démontré dans cet article, si l'on mène à volonté *qn* parallèle à *pm*, que l'on fasse passer une droite par les points *p* et *n*, que par les points *r, t, v*, on mène des parallèles à *mn* terminées sur la ligne *pn* prolongée s'il est nécessaire, puis que par les points 1, 2, 3 on mène des parallèles à la ligne *pq*, les points d'intersection de ces parallèles avec la droite *qn* appartiendront respectivement à ces lignes qui se trouveront alors entièrement déterminées; et s'il arrive que les parties *pr, rt, tv, vm*, ou *pm, mr, rt, tv* soient

égales entre elles, on pourra obtenir encore plus simplement les points s , u , x , par lesquels devront passer les lignes cherchées, car il suffira pour cela de diviser la droite qn en autant de parties égales qu'il s'en trouvera sur pm , ou de porter sur le prolongement de cette ligne autant de parties égales à qn qu'il se trouvera sur mv de parties égales à pm .



CHAPITRE V.

DE QUELQUES QUESTIONS RELATIVES A LA LIGNE DROITE ET AU PLAN.

117. Nous avons fait voir dans ce qui précède comment, avec les seules données de la ligne de fuite d'un système quelconque de plans parallèles, du centre et de la distance de cette ligne de fuite, et de l'intersection de l'un de ces plans avec le tableau, on peut obtenir la perspective de tous les objets connus de position par rapport à ce plan, ou par rapport à d'autres plans originaux déterminés eux-mêmes de position par rapport à ce même plan; mais, lorsque les objets dont on trace la perspective sont ainsi rapportés de position à différents plans rapportés eux-mêmes à un même plan, on peut avoir à rechercher quelques unes des circonstances qui résultent de la position de ces objets ou de ces plans, l'un par rapport à l'autre; et les méthodes qu'il nous reste à développer dans les deux dernières parties de ce traité, pour la perspective des ombres, et pour celles des réflexions produites par les surfaces polies, en offriront plusieurs exemples. Nous ferons donc précéder ces deux parties de la solution de quelques uns des problèmes que ces recherches sont susceptibles de présenter.

N. B. Nous désignerons, pour abrégé, les points originaux et les lignes originales que nous aurons à considérer dans la suite, en employant les lettres qui se rapporteront aux perspectives de ces points ou de ces lignes, et en plaçant ces lettres entre deux parenthèses; et pour désigner un plan original, nous emploierons de même trois lettres placées entre parenthèses, et qui se rapporteront, la première à la perspective d'un point de ce plan, et les deux autres à sa ligne de fuite, ou qui se rapporteront chacune à la perspective d'un point de ce plan, lorsqu'il s'agira d'un plan parallèle au tableau.

118. PROBLÈME I. *Étant donné le point évanouissant d'une droite et la perspective du point de rencontre de cette droite avec un plan dont la ligne de fuite est connue, trouver la perspective de l'intersection de ce plan avec un second plan mené par cette droite et parallèle à une seconde droite dont le point évanouissant est aussi connu.*

Appelons, pour abrégé, *A* et *B* les deux droites proposées, et *M* le plan dont

la ligne de fuite est connue, et dont on demande de construire l'intersection avec un plan mené par la première de ces droites et parallèle à la seconde.

On joint les points évanouissants des lignes A et B par une droite : cette droite est la ligne de fuite du plan mené par la droite A et parallèle à la droite B (103, rem. III) ; par le point de concours de cette ligne de fuite avec celle du plan M , et par la perspective donnée du point de rencontre de ce dernier plan et de la droite A , on fait passer une droite. Cette droite est la perspective demandée, car l'intersection du plan M et du plan déterminé par les droites A et B doit avoir son point évanouissant à la rencontre des lignes de fuite de ces plans (104, rem. V), et d'ailleurs la perspective du point de rencontre de la droite A et du plan M est visiblement la perspective de l'un de ses points. Et lorsque les points évanouissants des droites A et B déterminent une droite parallèle à la ligne de fuite du plan M , on mène, par la perspective du point de rencontre de ce plan et de la droite A , une parallèle à ces droites ; cette parallèle est la perspective demandée, car cette perspective, étant celle de l'intersection de deux plans dont les lignes de fuite sont parallèles, doit être parallèle à ces lignes de fuite (104, rem. V).

Remarque. Si l'une des lignes A et B est parallèle au tableau, et que sa perspective soit donnée, la ligne de fuite du plan déterminé par ces droites sera la parallèle à cette perspective menée par le point évanouissant de la seconde de ces droites, et la perspective de l'intersection de ce plan avec le plan M se déterminera encore de la même manière que dans les deux cas que nous venons d'examiner. Si les lignes A et B sont toutes deux parallèles au tableau, le plan déterminé par ces droites sera parallèle au tableau, et n'aura plus de ligne de fuite ; mais la perspective de son intersection avec le plan M devra être parallèle à la ligne de fuite de ce plan (104, rem. V). Enfin, si le plan M est parallèle au tableau, la perspective de son intersection avec le plan déterminé par les droites A et B sera parallèle à la ligne de fuite de ce plan ; cette perspective sera donc encore entièrement déterminée, dans chacun de ces deux derniers cas, par la condition de passer par la perspective connue du point de rencontre du plan M et de la droite A .

119. PROBLÈME II. *Étant donnés les lignes de fuite de deux plans originaux, la perspective de l'intersection de ces deux plans, le point évanouissant d'une droite quelconque, et la perspective du point de rencontre de cette droite avec l'un de ces plans, trouver la perspective du point de rencontre de cette même droite avec le second de ces mêmes plans.* (Fig. 95.)

Soient deux plans qui aient pour lignes de fuite les droites AB et CD , et dont l'intersection ait pour perspective la droite IR , droite qui devra passer par le point de concours des lignes AB et CD ; soit G la perspective du point de rencontre du

plan (I, AB) avec une droite dont le point évanouissant est en E , et soit demandé de construire la perspective du point de rencontre de cette même droite avec le plan (I, CD) .

Menez par G une droite arbitraire LGE' qui rencontre à la fois les deux lignes AB et IR , l'une en E' , l'autre en L , par les points E et E' menez une droite prolongée jusqu'à la rencontre de la ligne CD en E'' , et par les points E'' et L faites passer une droite; le point de rencontre de cette droite avec la ligne EG suffisamment prolongée sera le point cherché.

Démonstration. Si l'on conçoit un plan qui passe par la droite GE , et dont l'intersection avec le plan (I, AB) ait pour perspective la droite LGE' , ce plan aura pour ligne de fuite la droite EE' , et la perspective de son intersection avec le plan (I, CD) sera la droite indéfinie LE'' ; mais le point de rencontre de la droite (GE) avec le plan (I, CD) devra se trouver sur cette intersection. La perspective de ce point doit donc se trouver à la fois sur chacune des lignes EG et $E''L$, donc elle est à la rencontre de ces deux lignes.

Remarque I. Si le point évanouissant donné était situé sur la ligne de fuite CD , la ligne (GE) serait parallèle au plan (I, CD) , en sorte qu'il n'y aurait plus lieu de résoudre la question qui fait l'énoncé de ce problème. Et, si ce point était situé sur la ligne de fuite (AB) , la ligne (GE) serait située dans le plan (I, AB) , en sorte que le point cherché serait à la rencontre de la perspective GE avec la ligne IR .

Remarque II. Quoique nous ayons supposé que les lignes de fuite données se rencontrassent, on reconnaîtra sans peine que la solution que nous venons d'exposer conviendrait également au cas où ces lignes seraient parallèles.

Remarque III. Si la ligne GE est donnée pour la perspective d'une droite parallèle au tableau, il n'y aura autre chose à changer à cette solution qu'en ce que, après avoir mené comme ci-dessus la ligne arbitraire LGE' , on devra substituer à la ligne EE' une parallèle à la ligne GE menée par le point E' (118, rem.)

Remarque IV. Si les deux lignes de fuite AB et CD ne sont pas parallèles, on pourra employer, au lieu de deux lignes telles que LGE' et EE' , deux parallèles à la ligne AB , menées l'une par le point G , l'autre par le point évanouissant E , en achevant du reste la construction comme ci-dessus; car si l'on conçoit dans le plan (I, AB) une droite dont la perspective soit GI , cette droite sera parallèle au tableau, et, par conséquent, si l'on imagine un plan par cette droite et par la ligne (GE) , ce plan aura pour ligne de fuite une parallèle à GI menée par le point E ; et si la ligne GE est donnée pour la perspective d'une droite parallèle au tableau, on pourra encore opérer de même en observant seulement de remplacer la ligne GI par une parallèle à la ligne de fuite CD menée par le point I (118, rem.).

Remarque V. Si l'on demandait de déterminer la perspective du point de ren-

contre de la ligne (GE) avec un plan parallèle au tableau, dont l'intersection avec le plan (I, AB) eût pour perspective une ligne donnée $I'm$, ligne qui devrait alors être parallèle à la ligne AB , on mènerait, comme ci-dessus, les lignes LGE' et EE' , puis on mènerait par I' une parallèle à la ligne EE' ; le point de rencontre de cette parallèle avec la ligne EG serait le point cherché, car le plan ($I'gm$) étant parallèle au tableau, l'intersection de ce plan avec le plan (G, EE') aurait alors sa perspective parallèle à la ligne de fuite de ce dernier plan. Enfin, si le point G est donné pour la perspective du point de rencontre de la ligne (GE) avec un plan parallèle au tableau, et que l'on demande de déterminer la perspective du point de rencontre de cette même droite avec un second plan qui ait pour ligne de fuite une droite donnée AB , et dont l'intersection avec ce plan parallèle au tableau ait pour perspective une droite également donnée $I'm$, on mènera par les points G et E deux droites parallèles entre elles GI' et Ee' , et par les intersections respectives de ces droites avec les lignes $I'm$ et AB , on fera passer une droite; le point de rencontre de cette droite avec la ligne EG sera le point cherché, car si l'on imagine un plan qui passe par la droite GE , et dont l'intersection avec le plan parallèle au tableau ($I'Gm$) ait pour perspective la droite GI' , la ligne de fuite de ce plan devant être parallèle à GI' sera la ligne Ee' , et par conséquent l'intersection de ce plan avec le plan (I, AB) aura pour perspective la ligne $I'e''$.

120. PROBLÈME III. *Étant donnés la ligne de fuite d'un plan quelconque, le point évanouissant d'une droite aussi quelconque, et la perspective du point de rencontre de cette droite et de ce plan, trouver la perspective du point de rencontre de ce même plan avec une seconde droite dont le point évanouissant est connu, et qui passe par un point de la première droite dont la perspective est aussi connue.* (Fig. 96.)

Soit un plan qui ait pour ligne de fuite la droite AB , soit G la perspective du point de rencontre de ce plan avec une droite dont le point évanouissant est en E , et soit demandé de trouver la perspective du point de rencontre de ce même plan (G, AB) avec une droite dont le point évanouissant est en E' et qui rencontre la ligne (GE) en un point dont la perspective est M .

Par les points E et E' menez une droite prolongée jusqu'à la rencontre de la ligne de fuite AB en E'' , et joignez les points G et E'' par une droite; le point de rencontre de cette droite avec la ligne ME' sera le point cherché.

Démonstration. Si l'on conçoit un plan par les lignes (EM) et ($E'M$), l'intersection de ce plan avec le plan (G, AB) aura pour perspective la droite GE ; mais cette intersection contiendra le point de rencontre de la ligne ($E'M$) avec le plan (G, AB),

la perspective de ce point doit donc se trouver à la fois sur chacune des lignes GE'' et EM , donc elle est à la rencontre de ces deux lignes.

Remarque I. Si le point E' était situé sur la ligne de fuite AB , la droite (ME') serait parallèle au plan (G, AB), en sorte qu'il n'y aurait plus lieu de résoudre la question qui fait l'énoncé de ce problème.

Remarque II. Si le point E' est le point évanouissant des lignes perpendiculaires au plan (G, AD), la droite GE'' sera la perspective de la projection de la droite (GE) sur ce plan, et le point M' sera la perspective de la projection du point (M) sur ce même plan.

Remarque III. Si la ligne EE' est parallèle à la ligne de fuite AB , le point cherché sera à la rencontre de la droite EM avec une parallèle à la ligne de fuite AB menée par G . Si la ligne ME' est donnée pour la perspective d'une droite parallèle au tableau, la droite EE' devra être remplacée par une parallèle à cette ligne menée par E ; si c'est, au contraire, la ligne GE qui est donnée pour la perspective d'une droite parallèle au tableau, cette même ligne devra être remplacée par une parallèle à cette ligne GE menée par le point E' . Si chacune des lignes $EM, E'M$ est donnée pour la perspective d'une droite parallèle au tableau, le point cherché sera à la rencontre de la droite EM avec une parallèle à la ligne AB menée par G . Enfin, si le point G est donné pour la perspective du point de rencontre de la droite (GE) avec un plan parallèle au tableau, et que l'on demande la perspective du point de rencontre de la ligne (ME') avec ce même plan, on mènera par G une parallèle à la ligne EE' , la perspective cherchée sera à la rencontre M'' de cette parallèle avec la ligne EM .

121. PROBLÈME IV. *Étant données les lignes de fuite de trois plans, et les perspectives des intersections de deux de ces plans avec le troisième, trouver la perspective de l'intersection de ces deux plans.*

Désignons, pour abrégé, les trois plans proposés par les lettres M, N, P , et soient M et N ceux dont on veut construire l'intersection, les intersections de ces plans avec le plan P étant déjà connues par leurs perspectives.

Si les lignes de fuite des plans M, N, P , concourent deux à deux en des points différents, ou si l'une des lignes de fuite des plans M et N seulement est parallèle à celle du plan P , le point de rencontre des intersections perspectives des deux premiers de ces plans avec le troisième appartiendra à la perspective cherchée. D'ailleurs cette perspective devra passer par le point de concours des lignes de fuite des plans M et N , et ces deux conditions suffiront pour la déterminer. Et si les lignes de fuite des plans M et N sont parallèles entre elles sans être parallèles à celle du plan P , cette perspective sera déterminée par la condition d'être parallèle à ces lignes

de fuite, et de passer encore par le point de concours des deux intersections perspectives données.

En second lieu, si les trois lignes de fuite données sont parallèles, ou concourent en un même point, on se donnera arbitrairement le point évanouissant et la perspective d'une droite située dans le plan M ; la perspective du point de rencontre de cette droite avec le plan P sera connue, car elle devra se trouver sur la perspective connue de l'intersection des plans M et P ; on aura donc toutes les données nécessaires pour construire la perspective du point de rencontre de cette droite avec le troisième plan N , (probl. II). Mais ce point sera visiblement l'un de ceux de l'intersection des plans M et N . D'ailleurs la perspective de cette intersection devra être parallèle aux lignes de fuite données, si celles-ci sont parallèles entre elles; et si ces lignes de fuite concourent en un même point, elle devra passer ce point, et ces deux conditions suffiront pour la déterminer.

Remarque. Si l'on avait à construire la perspective de l'intersection de deux plans M et N dont les lignes de fuite fussent données, et dont les intersections avec un troisième plan P parallèle au tableau fussent déjà connues par leurs perspectives, perspectives qui devraient être respectivement parallèles aux lignes de fuite des plans M et N , il suffirait encore de mener une droite du point de concours de ces deux intersections perspectives au point de concours de ces deux lignes de fuite; et si, dans ce cas, ces lignes de fuite étaient parallèles entre elles, la perspective cherchée leur devrait être parallèle, et l'on obtiendrait encore un de ses points en se donnant la perspective d'une droite située dans l'un des plans M et N , et déterminant la perspective du point de rencontre de cette droite avec le second de ces plans. (Probl. II.)

Enfin, si l'on connaissait les lignes de fuite de deux plans M et P , et les perspectives des intersections du plan P avec le plan M , et avec un troisième plan N parallèle au tableau, on obtiendrait la perspective de l'intersection des plans M et N , en menant, par le point de rencontre des deux intersections perspectives données, une parallèle à la ligne de fuite du plan M ; et si, dans ce cas, les lignes de fuite des plans M et P étaient parallèles, ce qui entraînerait le parallélisme des intersections perspectives du plan P avec les plans M et N , la perspective cherchée devrait aussi leur être parallèle, et l'on obtiendrait encore un de ses points par la considération d'une droite auxiliaire située dans l'un des plans M et N , de manière à rencontrer les deux autres plans; et dont on se donnerait arbitrairement la perspective.

Les constructions que nous avons employées pour déterminer l'intersection du tableau et d'un plan original connu de position par rapport au plan principal (103), ne sont qu'un cas particulier de celles que nous venons d'indiquer.

122. PROBLÈME V. Étant donnés les lignes de fuite de deux plans M et N , les

perspectives des points de rencontre de chacun de ces plans avec une droite quelconque A, et le point évanouissant de cette droite, construire la perspective de l'intersection de ces deux plans.

On se donnera arbitrairement la perspective d'une droite située dans l'un des plans *M* et *N*; et menée par le point de rencontre de ce plan avec la droite *A*; on construira la perspective du point de rencontre de cette droite avec le second des plans proposés (probl. III), et l'on obtiendra par là un point de la perspective demandée, qui, devant passer par le point de rencontre des deux lignes de fuite données, ou être parallèle à ces lignes de fuite, si elles sont elles-mêmes parallèles entre elles, se trouvera alors entièrement déterminée.

Remarque. Cette construction s'applique au cas où la droite *A*, ou l'un des plans *M* et *N*, serait parallèle au tableau.

123. PROBLÈME VI. *Étant donnés les points évanouissants de deux droites A et B, les perspectives de leurs points de rencontre avec un même plan M, la ligne de fuite de ce plan, et la perspective d'un point O de la droite B, trouver la perspective de l'intersection du plan M avec un plan mené par le point O et par la droite A.*

Concevant par le point *O* une droite parallèle à la droite *A*, on pourra construire la perspective du point de rencontre de cette droite avec le plan *M*, et cette perspective et celle du point de rencontre de ce même plan avec la droite *B* détermineront l'intersection perspective cherchée.

Remarque I. Si l'une des droites *A* et *B*, ou toutes les deux à la fois, étaient parallèles au tableau, et que leurs perspectives fussent données, ou si le plan *M* était lui-même parallèle au tableau, la perspective de l'intersection de ce plan avec le plan mené par le point *O* et la droite *A* s'obtiendrait encore de la même manière.

Remarque II. Connaissant dans chacun de ces différents cas la perspective de l'intersection du plan *M* avec le plan mené par le point *O* et par la droite *A*, on connaîtra de position deux droites situées dans ce dernier plan; on pourra donc obtenir, s'il est nécessaire, sa ligne de fuite, d'après les considérations que nous avons exposées dans l'article 103, et que nous avons déjà rappelées plusieurs fois dans ce chapitre.

124. REMARQUE GÉNÉRALE. Les questions que nous venons de traiter ne sont pas les seules de cette nature que l'on puisse se proposer; et nous en aurons même à considérer dans la suite qui ne s'y trouvent pas comprises; mais elles suffisent pour familiariser le lecteur avec les considérations auxquelles il nous faudra recourir pour

les résoudre : cependant nous devons encore faire observer ici quelques circonstances particulières que pourraient offrir parfois les solutions que nous avons données dans ce chapitre.

Nous n'avons considéré jusqu'ici que les parties des lignes originales et des plans originaux situées derrière le tableau ; or il peut arriver que l'on soit dans la nécessité de rechercher le point de rencontre de deux droites, ou le point de rencontre d'une droite et d'un plan, ou enfin l'intersection de deux plans, et que ce point de rencontre ou cette intersection ne soient point situés derrière le tableau ; et pour concevoir comment il convient d'interpréter, dans ce cas, les méthodes que nous venons d'exposer, il est nécessaire de généraliser les notions que nous avons présentées dans le chapitre I^{er}.

Considérant la perspective d'une ligne ou d'un objet quelconque comme l'image de la partie de cette ligne ou de cet objet visible d'un point déterminé, nous n'avons à rechercher que la perspective des points ou des lignes situés derrière le tableau, parce que l'on peut toujours supposer le tableau placé en avant de tous les objets à représenter, et que cette hypothèse, étant la plus naturelle, est celle à laquelle on doit le plus généralement s'arrêter : or nous avons fait voir que la perspective d'un point n'est autre chose que le point où le tableau serait rencontré par une ligne menée de ce point à l'œil ; mais si, par un point quelconque, situé entre le tableau et le spectateur, on mène en deçà du tableau et du spectateur, on imagine une droite qui passe par l'œil, cette droite rencontrera le tableau en un point, et ce point étant lié au point de l'espace que l'on aura considéré, de même que les perspectives des points situés derrière le tableau sont liées à ces points, on pourra, bien qu'il ne soit point susceptible d'être admis à faire partie de la représentation des objets proposés, le regarder néanmoins, dans certaines constructions, comme la perspective de ce point de l'espace, recourir, pour le déterminer, dans chacun des cas où cette détermination sera nécessaire, aux mêmes considérations auxquelles on devrait recourir pour déterminer la perspective d'un point original situé derrière le tableau, si c'était celle d'un tel point que l'on eût à rechercher dans le même cas, et en faire ensuite le même usage que l'on ferait dans ce même cas de cette dernière perspective.

Cela posé, si l'on conçoit par l'œil un plan parallèle au tableau, on aura à considérer dans un même plan original trois parties distinctes ; savoir, celle qui sera située tout entière au-delà du tableau, celle qui sera située entre le tableau et le plan dont nous venons de parler, et ce qui se trouvera tout entière en deçà de ce dernier plan ; et si, appelant, pour plus de clarté, la première de ces parties *A*, la seconde *B*, la troisième *C*, on appelle *A'* la partie du plan du tableau limitée d'une part par la ligne de fuite de ce plan original, et de l'autre par son intersection avec ce même plan original, *B'* la partie du plan du tableau, qui n'aura d'autre limite que cette intersection, et *C'* celle qui n'aura d'autre limite que cette ligne de fuite, les perspec

tives des points compris dans la première partie *A* du plan original seront seules situées dans la première partie *A'* du tableau ; celles des points compris dans la seconde partie *B* du plan original seront toutes situées dans la seconde partie *B'* du tableau, et pourront s'étendre indéfiniment dans cette partie ; celles des points compris dans la troisième partie *C* du plan original seront toutes situées dans la troisième partie *C'* du tableau ; et enfin les points situés à l'intersection de ce plan original avec le plan parallèle au tableau, limite commune des parties *B* et *C*, n'auront point de perspective, ou, en d'autres termes, leurs perspectives seront situées à une distance infinie, puisque les lignes menées par ces points et l'œil ne rencontreront plus le tableau.

Et de là il résulte que l'on ne doit point regarder comme faisant exception aux considérations que nous venons d'exposer dans ce chapitre, les cas où l'on serait conduit par ces considérations à prolonger certaines lignes perspectives au-delà de leurs points évanouissants, ou en deçà des points de rencontre de leurs originales avec le tableau, et que s'il arrive que deux droites perspectives, dont le point de rencontre devrait servir à déterminer une ou plusieurs autres droites perspectives, soient géométriquement parallèles entre elles, on devra en conclure que le point de concours des originales de ces droites serait l'un de ceux du plan parallèle au tableau qui passerait par l'œil, et que les droites perspectives cherchées doivent leur être aussi géométriquement parallèles.

CHAPITRE VI.

DE LA PERSPECTIVE DES OMBRES LINÉAIRES.

§ 1^{re}. NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

125. La théorie géométrique des ombres comprend deux recherches; celle de la ligne qui, sur la surface d'un corps donné, sépare la partie éclairée de la partie privée de lumière; et celle de la ligne qui, sur une surface donnée, forme le contour de la partie privée de lumière par l'interposition d'un corps opaque, partie à laquelle on donne le nom d'*ombre portée* de ce corps; et l'on suppose d'ordinaire dans cette théorie que les rayons lumineux sont parallèles entre eux, ou émanant d'un point unique, la première de ces hypothèses ayant lieu lorsque le corps lumineux est le soleil ou la lune, et la seconde lorsque le corps lumineux est un flambeau.

Quand le corps qui reçoit la lumière est terminé par des faces planes, une partie de ces faces est éclairée, et l'autre est obscure; la ligne qui sépare ces deux parties est formée de l'assemblage des arêtes rectilignes d'intersection des faces obscures et des faces éclairées, arêtes qui se distinguent immédiatement; et si l'on conçoit ensuite que ce corps disparaisse, mais que cette ligne continue de subsister, et qu'on lui suppose une épaisseur sensible, l'ombre de cette ligne, tracée sur la surface qui reçoit celle du corps, sera le contour de cette dernière ombre, ou, en d'autres termes, l'*ombre linéaire* de ce corps; en sorte que, dans ce cas, toute la question se réduit à la recherche de l'ombre d'un certain assemblage de lignes droites connues de position.

Mais, lorsque le corps qui reçoit la lumière n'est pas terminé par des surfaces planes, la limite qui, sur la surface de ce corps, sépare la partie éclairée de la partie obscure, n'est plus un assemblage d'arêtes rectilignes faciles à reconnaître; cette limite est la ligne, courbe en général, suivant laquelle la surface de ce corps serait touchée par une surface de rayons lumineux qui l'envelopperait de toutes parts, surface qui est celle d'un cône ou d'un cylindre, suivant que la lumière provient d'un flambeau ou d'un corps céleste; et ce n'est que quand on a déterminé cette ligne de séparation d'ombre et de lumière que l'on peut construire le contour de l'ombre portée de ce corps, qui est encore, dans ce cas, l'ombre de cette limite.

126. D'après les hypothèses sur lesquelles repose, suivant ce que nous venons de dire, la description graphique des ombres, les rayons lumineux qui passent par les différents points d'une même droite forment toujours un plan dont la position résulte de la condition de passer par cette droite et d'être parallèle à la direction de la lumière, ou de passer par cette droite et par le point lumineux. D'ailleurs, il est visible que l'ombre de cette même droite sur une surface quelconque n'est autre chose que la partie de l'intersection de cette surface et de ce plan qui se trouve comprise entre les rayons lumineux qui passent par les extrémités de cette même droite; et il est aisé de voir, d'après cela, que la recherche des ombres linéaires dans les dessins de perspective, pour le cas où ces ombres sont reçues par des surfaces planes, ne peut présenter que des problèmes de même nature que ceux que nous avons traités dans le chapitre précédent.

En effet, lorsque la lumière provient d'un corps céleste, les rayons lumineux étant supposés parallèles entre eux, leurs perspectives sont parallèles entre elles ou sont dirigées à un même point du tableau, suivant que ces rayons sont ou non parallèles au tableau; et la direction de ces rayons étant connue, on connaît dans le second de ces deux cas le point de concours de leurs perspectives, et dans le premier la direction constante de ces perspectives.

Cela posé, lorsque l'on doit construire la perspective de l'ombre d'une droite sur un plan non parallèle à cette droite, tout se réduit à construire la perspective du point de rencontre de cette droite avec ce plan; car cette perspective étant connue, on en déduit celle de l'intersection du plan qui reçoit l'ombre avec le plan de rayons lumineux qui passe par la droite qui la produit; et l'ombre originale étant la partie de cette intersection comprise entre les rayons lumineux qui passent par les extrémités de cette droite, si l'on trace les perspectives de ces rayons, elles achèvent de faire connaître la perspective cherchée de cette ombre.

En second lieu, lorsque la lumière est produite par un flambeau, et que l'on doit construire la perspective de l'ombre d'une droite sur un plan non parallèle à cette droite, tout se réduit à construire, avec la perspective du point de rencontre de cette droite et de ce plan, celle du point de rencontre de ce même plan avec une parallèle à cette même droite menée par le point lumineux, car ces deux perspectives déterminent celle de l'intersection du plan qui reçoit l'ombre originale avec le plan de rayons lumineux qui passe par la droite qui la produit (125).

Enfin, lorsque l'on a à construire la perspective de l'ombre d'une droite sur un plan parallèle à cette droite, cette droite et l'ombre originale sont elles-mêmes parallèles, en sorte que leurs perspectives doivent être parallèles entre elles ou doivent être dirigées à un même point évanouissant, suivant que la droite originale est ou non parallèle au tableau. D'ailleurs, si l'on conçoit par l'un des points de cette

dernière droite une seconde droite arbitraire, telle que l'on puisse construire la perspective de son point de rencontre avec le plan qui reçoit l'ombre, que l'on construise la perspective de l'ombre de cette seconde droite sur ce plan, et que l'on trace celle du rayon lumineux qui passe par l'intersection de cette droite et de la droite proposée; la rencontre de ces deux lignes fera connaître un point de l'ombre perspective cherchée, qui se trouvera alors complètement déterminée. Et lorsque la ligne dont on doit construire l'ombre est une ligne courbe, on conçoit par plusieurs points de cette ligne un système de droites, on construit les perspectives des ombres de ces droites sur le plan qui reçoit celle de la courbe originale, on trace celles des rayons lumineux qui passent par les différents points d'intersection de ces droites avec cette courbe; les points de rencontre de ces rayons perspectifs avec les ombres perspectives des droites auxiliaires appartiennent à l'ombre perspective cherchée, qui se trouve ainsi déterminée avec d'autant plus de précision que l'on a construit un plus grand nombre de ces points.

127. Ces considérations ne laissent rien à désirer du côté de la généralité, mais elles conduiraient souvent à l'emploi de plusieurs points trop éloignés des limites du cadre pour que l'on pût les déterminer ou s'en servir aisément, et l'on peut préférer, en plusieurs occasions, de suivre une méthode moins générale et moins directe, mais plus exempte de cet inconvénient. Or il résulte de ce que nous venons de dire que, quel que soit le corps qui produit la lumière, la perspective de l'ombre d'une droite verticale sur un plan vertical est toujours verticale; que, lorsque la lumière provient d'un corps céleste, la perspective de l'ombre d'une droite verticale sur un plan horizontal est parallèle à la base du tableau, ou dirigée au point de rencontre de la ligne d'horizon avec une perpendiculaire abaissée du point évanouissant des rayons lumineux sur cette ligne, suivant que les rayons lumineux sont ou non parallèles au tableau; et qu'enfin, lorsque la lumière est produite par un flambeau, la perspective de l'ombre d'une droite verticale sur un plan horizontal passe par la perspective de la projection du point lumineux sur ce plan.

D'après cela, la perspective de l'ombre d'une droite verticale sur un plan horizontal ou vertical est toujours facile à construire. D'ailleurs, lorsque le plan qui reçoit cette ombre n'est ni vertical ni horizontal, on connaît d'ordinaire où l'on peut aisément construire les perspectives des intersections de ce plan avec deux plans, l'un horizontal et l'autre vertical; or, si l'on construit les traces perspectives du plan de rayons lumineux qui contient l'ombre originale sur chacun de ces plans, les points de rencontre de ces traces avec les intersections perspectives dont nous venons de parler appartiendront à la direction de l'ombre perspective cherchée, qui se trouvera alors complètement déterminée.

Cela posé, lorsque l'on doit construire l'ombre d'une droite qui n'est pas verticale, on conçoit, par chacune des extrémités de cette droite, une droite verticale; on construit les perspectives des ombres de ces verticales sur le plan qui reçoit celle que l'on se propose de déterminer, et les perspectives des rayons lumineux qui passent par les extrémités de la droite qui produit cette dernière ombre; les intersections perspectives de ces ombres et de ces rayons déterminent l'ombre perspective cherchée. Et lorsque la ligne dont on doit construire l'ombre est une ligne courbe, on choisit, pour les droites auxiliaires dont nous avons parlé dans l'article précédent, un système de droites verticales; en sorte que la détermination des ombres linéaires se trouve ainsi ramenée, dans tous les cas, à la recherche des ombres d'un certain nombre de droites verticales.

128. Au reste, chaque fois que l'on doit construire l'ombre d'un certain assemblage de lignes droites, il suffit évidemment de construire les ombres d'une partie de ces droites pour obtenir les ombres de leurs points d'intersection, et, par conséquent, pour déterminer entièrement l'ombre cherchée; et le travail s'abrége lorsque, parmi celles de ces droites dont on détermine en premier lieu les ombres, il s'en trouve de parallèles: car, lorsque la lumière provient d'un corps céleste, les ombres de plusieurs droites parallèles sur un même plan sont elles-mêmes parallèles, puisqu'elles résultent des intersections de ce plan par plusieurs plans parallèles; en sorte que les perspectives de ces ombres sont parallèles entre elles ou sont dirigées à un même point, suivant que les droites qui les produisent sont ou non parallèles au tablean; et lorsque la lumière est produite par un flambeau, le point où le plan qui reçoit les ombres serait rencontré par une ligne menée par le point lumineux et parallèle à plusieurs droites parallèles entre elles, appartient en même temps aux ombres de toutes ces droites. Enfin, lorsque l'on doit construire la perspective de l'ombre d'une même droite sur plusieurs plans dont les intersections perspectives sont déjà connues, et que l'on a tracé celle de la partie de cette ombre qui est reçue sur l'un de ces plans, la rencontre de cette perspective avec l'intersection perspective de ce plan et de celui qui lui est adjacent fait connaître un point de la perspective de l'ombre produite sur ce second plan, et, par conséquent, il suffit du point évanouissant de cette seconde perspective, ou de l'un quelconque de ses autres points, pour achever de la déterminer.

129. Ce serait ici le lieu d'examiner, pour compléter ces notions, le cas où la surface qui reçoit l'ombre dont on doit construire la perspective est une surface courbe, et celui où, le corps qui produit cette ombre étant terminé par une surface courbe, il faut construire d'abord la perspective de la ligne qui, sur la surface de ce corps, sépare la partie éclairée de la partie privée de lumière. Mais les méthodes que

l'on doit suivre dans ces deux cas, quoique simples encore en théorie, sont presque toujours trop laborieuses dans la pratique pour que l'on puisse en faire dans les arts un usage fréquent. Nous nous bornerons donc, dans ce chapitre, aux exemples les plus simples de ces sortes de questions, et nous renverrons pour leur solution complète à l'appendice, dans lequel nous avons rangé l'examen des méthodes qui peuvent être plutôt regardées comme des objets de curiosité, que comme des objets d'une utilité réelle, ou qui exigent des connaissances de géométrie plus profondes que celles que nous avons dû supposer dans cet ouvrage.

§ II. EXEMPLES DE LA PERSPECTIVE DES OMBRES LINÉAIRES DANS LE CAS OU LA LUMIÈRE PROVIENT D'UN CORPS CÉLESTE.

130. Le corps lumineux peut être placé de telle sorte que ses rayons soient parallèles au tableau, ou derrière le tableau et les objets originaux, ou en avant du tableau par rapport au spectateur.

Dans le premier de ces trois cas, les perspectives des rayons lumineux sont parallèles entre elles, et l'on doit, avant de procéder à la recherche des ombres, déterminer sur le tableau la direction de ces rayons perspectifs.

Dans les deux autres cas, les perspectives des rayons lumineux sont dirigées à un même point du tableau, qui se trouve au-dessus de la ligne d'horizon pour le second, et au-dessous de cette ligne pour le troisième, et ce n'est que lorsque l'on a choisi ou déterminé ce point, dont la position précise dépend de l'obliquité des rayons lumineux par rapport au tableau, et de leur inclinaison par rapport au plan de l'horizon, que l'on peut s'occuper de la construction des ombres.

N. B. Nous supposons toujours que l'on ait déjà la perspective des objets dont on doit construire les ombres; en outre, comme ce que nous avons dit dans le paragraphe précédent renferme tous les principes nécessaires à la démonstration des pratiques employées dans les exemples qui suivent, nous nous bornerons, dans ces exemples, à l'explication des figures.

131. *Ombre d'un parallépipède rectangle sur un plan horizontal.*

Premier cas. *Les rayons lumineux étant parallèles au tableau.* (Fig. 97.)—On mène par les points a et g les droites $a-1$ et $g-3$ parallèles à la base du tableau, et par les points a' et g' les droites $a'-1$ et $g'-3$ parallèles à la direction des rayons lumineux perspectifs; et par les points 1 et 3 on mène les droites 1-2 et 2-3 perspectivement parallèles, la première à $a'b'$, et la seconde à $g'b'$; ou bien on mène par chacun des points a, b, g , une parallèle à la base du tableau, et par chacun des points a', b', g' une parallèle à la direction des rayons lumineux; puis on mène des droites du point 1

au point 2, et du point 2 au point 3. Le contour $a-1-2-3-gb$ est celui de l'ombre cherchée.

Deuxième cas. *Le corps lumineux étant derrière le tableau.* (Fig. 98). — Du point évanouissant des rayons lumineux S , on abaisse sur l'horizon la perpendiculaire SS' ; on mène par les points a et g les droites $a-1$ et $g-3$ dirigées au point S' , et par les points a' et g' les droites $a'-1$ et $g'-3$ dirigées au point S ; puis par les points 1 et 3 on mène des droites perspectivement parallèles, la première à $a'b'$, la seconde à $b'g'$. Ou bien, ayant mené, comme nous venons de le dire, la droite SS' , on mène par chacun des points a, b, g une droite dirigée au point S' , et par chacun des points a', b', g' une droite dirigée au point S ; puis on mène des droites du point 1 au point 2, et du point 2 au point 3. Le contour $a-1-2-3-gb$ est celui de l'ombre cherchée.

Troisième cas. *Le corps lumineux étant en avant du tableau.* (Fig. 99). — Le point évanouissant des rayons lumineux S est situé au-dessous de la ligne d'horizon, mais, du reste, l'opération est entièrement semblable à celle que nous venons de décrire.

132. *Ombre d'un même solide sur deux plans, l'un horizontal, et l'autre vertical, les rayons lumineux étant parallèles au tableau.*

Ombre d'un parallélepède rectangle. (Fig. 100.) — Par les points a, b, g , on mène des parallèles à la base du tableau, et par les points 1, 2 et 3, où ces parallèles rencontrent l'intersection perspective des deux plans qui reçoivent l'ombre, on élève des verticales, puis par les points a', b', g' , on mène des parallèles à la direction des rayons lumineux, et l'on joint le point 4 au point 5, et le point 5 au point 6. Le contour $a-1-4-5-6-3-gb$ est celui de l'ombre cherchée.

Ombre d'une pyramide. (Fig. 101.) — Par le pied de la hauteur so de la pyramide on mène une parallèle à la base du tableau, par le point où cette parallèle rencontre l'intersection des deux plans qui reçoivent l'ombre on élève une verticale, par le sommet s de la pyramide on mène une parallèle à la direction des rayons lumineux; enfin, des points a et b , extrémités des arêtes qui, sur la surface de cette pyramide, séparent la partie éclairée de la partie obscure, on mène des droites au point 1, et des points de rencontre de ces droites avec l'intersection perspective mn on mène des droites au point 2. Le contour $a-3-2-1-bg$ est celui de l'ombre cherchée.

133. *Perspective d'un intérieur éclairé par une ouverture pratiquée dans un mur vertical, et qui projette la lumière sur deux plans, l'un horizontal et l'autre vertical, le corps lumineux étant en avant du tableau.* (Fig. 102.)

Ayant construit la perspective des différentes épaisseurs de l'ouverture en concevant les faces verticales de ces épaisseurs prolongées jusqu'au plan horizontal

auquel se termine le mur dans lequel est pratiquée cette ouverture, on abaisse du point évanouissant des rayons lumineux, S , une perpendiculaire SS' sur la ligne d'horizon. Des points p , p' , et q' , on mène des droites au point S , et par les points 1, 2, 3, intersections de ces droites avec la ligne mn , on élève des verticales, puis on mène par les points f' et g' des droites au point S , et l'on joint les points 4 et 6. On mène ensuite par le point a la droite $a-7$ dirigée au point S , et terminée sur 2-5. On trace les droites $q-8$ et $b-8$, dirigées la première au point S' , la seconde au point S , par le point d'intersection de ces droites on mène 8-9 perspectivement parallèle à ba , et l'on joint les points 7 et 9; le contour 1-4-5-7-9-0 est celui de la partie sur laquelle l'ouverture ag projette la lumière. Et à l'égard des ombres produites sur les faces originales (ab') et (af') de l'épaisseur de l'ouverture, qui sont l'une horizontale et l'autre parallèle au tableau, la limite de la première, étant l'ombre de l'arête originale ($b'g'$), a pour perspective une droite qui part du point b' , et se dirige vers le point S' ; et la limite de la seconde, étant l'ombre de l'arête originale ($f'g'$) a pour perspective une droite qui part du point f' et se dirige parallèlement à la droite qui joindrait le point évanouissant des rayons lumineux S au point évanouissant de cette arête.

Remarque. La ligne 7-9, étant la perspective de l'ombre de l'arête originale ab sur un plan parallèle au tableau, doit aussi être parallèle à la ligne qui joindrait le point S au point évanouissant de cette arête, ce qui donne le moyen de déterminer la ligne 9-0 perspectivement parallèle à ab sans le secours des droites $q-8$ et $b-8$.

154. *Autres exemples d'ombres sur des plans horizontaux et verticaux, le corps lumineux étant en avant du tableau.* (Fig. 103.)

Ombre du prisme M. — Ayant projeté, comme dans les exemples précédents, le point évanouissant des rayons lumineux S sur la ligne d'horizon, on mène par les points a et b les droites $a-1$ et $b-2$ dirigées au point S' , et par les points a' et b' les droites $a'-1$ et $b'-2$ dirigées au point S ; puis par 3, intersection de la ligne $b-2$ avec la droite mn , on élève une verticale terminée sur $b'-2$, et l'on joint le point 1 au point 2, et le point 4, intersection des lignes mn et 1-2, au point 5; le contour $a-1-4-5-3-b$ est celui de l'ombre cherchée.

Ombre du solide N. — On mène par les points a et b les droites ap et bq dirigées au point S' ; par les points d'intersection de ces droites avec la ligne $m'n'$ on trace les verticales $p-1$ et $q-2$, puis on mène par les points a , b , b' des lignes dirigées au point S , ce qui détermine les droites 1-2 et 2-5 pour les ombres des arêtes ab et bb' . Enfin, on mène $b'-6$ perspectivement parallèle à $b-5$, et l'on élève 5-6, ce qui donne le point 6 pour la perspective du point de rencontre de l'arête originale ($b'-6$) avec le prolongement du plan vertical qui reçoit l'ombre originale; puis on

joint le point 1 au point 4, et le point 3 au point 6, ce qui achève le contour de l'ombre perspective cherchée.

155. *Ombre d'un parallélépipède sur des marches, le corps lumineux étant derrière le tableau.* (Fig. 104.)

Ayant encore projeté le point évanouissant des rayons lumineux S , sur la ligne d'horizon, on mène par les points b et g les droites $b-1$ et $g-2$ dirigées au point S ; on abaisse des points 1 et 2 les lignes 1-3 et 2-4, on mène par les points 3 et 4 des droites dirigées au point S , et ainsi de suite; puis on mène par le point S et par les points b' et g' les droites $Sb'l$ et $Sg'm$, ce qui construit, 1° l'ombre de l'arête $b'g'$, ombre qui est reçue tout entière sur le terrain; 2° l'ombre de l'arête gg' , ombre qui est reçue en partie sur le terrain et en partie sur les marches; 3° la perspective de la section des marches et du terrain par le plan vertical de rayons lumineux que déterminerait l'arête verticale représentée en bb' .

Cela fait, on prolonge chacune des droites telles que 5-6 et 3-1, jusqu'à la rencontre de $b'l$, ce qui donne les points 7, 8, etc., pour les perspectives des points dans lesquels le rayon lumineux déterminé par l'extrémité de l'arête originale (bb') rencontrerait les plans verticaux des contre-marches, s'ils étaient suffisamment prolongés. On mène la droite ln perspectivement parallèle à $b'a'$, et qui est l'ombre de cette arête sur le terrain; on trace la droite $n-7$ qui est la perspective de l'intersection du plan de la première contre-marche avec le plan de rayons lumineux déterminé par l'arête originale ($b'a'$); on mène par o une parallèle perspective à $b'a'$ qui est l'ombre de cette arête sur la première marche; on trace la droite $p-8$ qui est la perspective de l'intersection du plan de la deuxième contre-marche avec le plan de rayons lumineux déterminé par cette même arête, et ainsi de suite; puis, on mène par les points a et a' les droites aq et $a'q$ dirigées la première au point S , la seconde au point S , et qui doivent se couper en un point de l'ombre de l'arête $b'a'$ sur le plan de la dernière marche, ce qui achève le contour de l'ombre perspective cherchée.

Enfin, on mène par 2 la droite 2-9 dirigée au point S ; on trace par 9 une parallèle perspective à xy qui est la limite de l'ombre portée par la troisième marche sur la seconde; on opère de même à l'égard de chacune des autres marches; puis on mène par les points u et z les droites ut et zt dirigées la première au point S , et la seconde au point S ; on mène par leur intersection t deux droites perspectivement parallèles l'une à l'arête zu , l'autre à l'arête xy , et qui sont les ombres de ces arêtes sur le terrain; on trace la droite sz qui est la perspective de l'intersection du plan de la première contre-marche avec le plan de rayons lumineux déterminé par l'arête originale (xy); on mène par r une parallèle perspective à zy , qui est l'ombre de

cette arête sur la première marche, et l'on continue ainsi, comme l'indique la figure, jusqu'à ce que l'on ait achevé de déterminer l'ombre de cette même arête sur toutes les marches.

156. *Autres exemples d'ombres sur des marches, le corps lumineux étant en avant du tableau.* (Fig. 165.)

Ombre d'une pyramide. — Du pied de la hauteur sp de la pyramide, on mène une droite au point S' , projection du point évanescent des rayons lumineux S sur la ligne d'horizon; on élève au point t la droite $1-3$, on mène par 2 une droite au point S' , et ainsi de suite, comme l'indique la figure; puis on mène du sommet de la pyramide une droite au point S , ce qui donne les points $5, 6, 7, 4, 3$ pour les perspectives des points de rencontre du rayon déterminé par le sommet de la pyramide originale, 1^o avec le terrain; 2^o avec les plans horizontaux des marches, et 3^o avec les plans verticaux des contre-marches. Enfin on mène une droite du point m au point 5 , on joint le point q au point 3 , on mène une droite du point 8 au point 6 , on joint le point 9 au point 4 , et l'on trace la droite $6-7$, ce qui construit l'ombre de l'arête sm sur le terrain et sur les différentes marches; puis on opère ensuite de même à l'égard de l'ombre de l'arête sn , ce qui achève le contour de l'ombre perspective cherchée.

Ombre d'une droite inclinée. — Ayant tracé la verticale bg , on mène par g la ligne gh dirigée à un point quelconque X de l'horizon; on abaisse hk , on mène par k la droite kl dirigée au point X , on abaisse lm , on trace la droite mu dirigée au même point X , et par les points a et n on fait passer une droite qui est la perspective de la projection de la droite originale (ab) sur le plan du terrain, et que l'on prolonge jusqu'à l'horizon en E .

Cela fait, par le point de concours de cette droite $a-1$ avec l'arête inférieure de la première contre-marche, on élève la verticale $1-3$; on mène $2-4$ dirigée au point E et l'on élève $4-5$, ce qui donne les points 3 et 5 pour les perspectives des points de rencontre de la droite originale avec les plans des contre-marches.

Enfin, d'un point x , pris arbitrairement sur la droite ab , on abaisse la verticale xx' terminée sur $a-1$; on mène les droites xz et $x'z$ dirigées l'une au point S et l'autre au point S' ; on trace la droite az , qui est l'ombre de la droite ab sur le plan du terrain; on prolonge cette droite jusqu'à la rencontre de l'horizon en E' ; on trace la ligne $6-7$ dirigée au point 3 , et qui est l'ombre de la droite ab sur la première contre-marche; on mène par 7 une droite dirigée au point E' , qui est l'ombre de cette même droite sur la première marche, et l'on continue ainsi, comme l'indique la figure, jusqu'à ce que l'on ait déterminé l'ombre de cette même droite sur toutes les marches et sur le plan vertical qui la soutient.

Remarque I. Comme la première partie de cette construction ne sert qu'à déterminer la perspective de la projection du point original (b) sur le plan du terrain, on peut se reporter, pour les différentes modifications dont elle est susceptible, à ce que nous avons dit à l'article 98, où nous avons déjà traité une semblable question.

Remarque II. Si l'on mène une droite du point g au point d'intersection de la verticale 4-5 avec l'arête supérieure de la seconde contre-marche; cette droite sera la perspective de la projection de la droite originale (ab) sur le plan de la seconde marche, et devra par conséquent être dirigée au point E , ce qui peut servir à vérifier l'exactitude de la première et de la deuxième partie de la construction.

137. Ombre d'un solide incliné sur deux plans, l'un horizontal et l'autre vertical.

Première méthode. (Fig. 106.) Par le point évanouissant des rayons lumineux S , et par le point E'' , point évanouissant des arêtes perspectives ag et bf , on fait passer une droite qui est la ligne de fuite des plans de rayons lumineux déterminés par les originales de ces arêtes ou par leurs parallèles; puis, par le point e' , intersection de cette ligne de fuite avec la ligne d'horizon, et par le point b , on mène la droite $b-1$ terminée à la rencontre d'une ligne tracée par les points S et f , et qui est l'ombre de l'arête bf .

Cela fait, on mène par le point 1 une parallèle perspective à gf terminée à la rencontre d'une droite menée par les points S et g , et qui est l'ombre de l'arête gf ; puisque, l'originale de cette arête étant parallèle au plan du terrain, cette droite et l'ombre qu'elle produit sur ce plan sont parallèles entre elles. Par le point S et par le point E'' , point évanouissant des arêtes perspectives aa' gg' , etc., on fait passer une droite qui est la ligne de fuite des plans de rayons lumineux déterminés par les originales de ces arêtes, et l'on prolonge cette droite jusqu'à la rencontre de la ligne d'horizon en e'' ; par le point e'' et par le point 2, on mène la droite 2-3 terminée à la rencontre de la ligne mn , et qui est l'ombre de l'arête gg' sur le terrain; par ce même point e'' et par le point b , on trace la droite $b-4$ terminée à la rencontre d'une ligne menée par les points S et b' , et qui est l'ombre de l'arête bb' , ombre qui est reçue en entier sur le terrain; puis, par le point 4 on mène la droite 4-5 dirigée au point E' , et qui est l'ombre de l'arête $b'a'$ sur le terrain.

Enfin, par le point E , point évanouissant de la ligne mn , on élève une perpendiculaire à l'horizon, qui est la ligne de fuite du plan vertical M ; par le point e'' , intersection de cette ligne de fuite avec la ligne SE' , et par le point 3, on mène la droite 3-6 terminée à la rencontre d'une droite menée par les points S et g' , et qui est l'ombre de l'arête gg' sur le plan vertical M ; par le point 6 et par le point e , intersection des lignes de fuite Ee'' et SE'' , on mène la droite 6-7 terminée à la ren-

contre d'une ligne menée par les points S et a' , et qui est l'ombre de l'arête $g'a'$, ombre qui est reçue en entier sur le plan vertical M ; puis on joint le point 7 au point 5 par une droite qui est l'ombre de l'arête $a'b'$ sur le même plan, et qui doit être dirigée au point e'' , intersection de la ligne de fuite Ee''' avec une droite menée par les points S et E' , ce qui achève le contour de l'ombre perspective du solide af .

Et à l'égard de l'ombre du solide xz , ayant mené, comme dans les exemples précédents, par les points y et x des droites dirigées au point S , projection du point évanouissant des rayons lumineux sur la ligne d'horizon, on élève la verticale 8-9 pour l'ombre de l'arête yz sur le plan M , on mène la ligne $z-g$ dirigée au point S , puis on joint le point E'' , point évanouissant de l'arête horizontale zv , au point S , et par le point g on mène une droite dirigée au point e'' , intersection de la ligne SE'' avec la ligne de fuite Ee'' , et qui est l'ombre de l'arête yz sur le plan M ; ce qui achève le contour de la partie de l'ombre de ce solide qui n'est point confondue dans celle du solide af .

Deuxième méthode. (Fig. 107.) (Cette figure présente les mêmes solides que la précédente, et la perspective de ces solides y est construite de la même manière, c'est-à-dire que la disposition des points évanouissants de leurs différentes arêtes y est exactement la même, seulement elle est tracée sur une échelle double.)

Ayant mené, par le point évanouissant des rayons lumineux S , une perpendiculaire SS' à la ligne d'horizon, et tracé les droites ay et bx , qui sont les perspectives des projections des arêtes originales (aa'), (gg'), (bb') et (ff') sur le terrain, on abaisse du point f une verticale fk terminée sur la ligne bx prolongée; on mène les lignes $k-1$ et $f-1$ dirigées l'une au point S' , l'autre au point S , et l'on joint les points b et 1 par une droite qui est l'ombre de l'arête bf . On abaisse pareillement la verticale gl , terminée sur la ligne ay prolongée; on trace les lignes $l-2$ et $g-2$ dirigées l'une au point S' et l'autre au point S , et l'on joint les points 1 et 2 par une droite qui est l'ombre de l'arête fg , et qui doit lui être perspectivement parallèle. On opère de même à l'égard des ombres de chacune des arêtes ad' et $a'b'$, ce qui donne la figure $b-1-2-t-r-4$ pour le contour de l'ombre que porterait le solide af sur le terrain sans l'interposition du plan vertical M . Enfin, par les points p et 8, intersections des lignes ut et yr avec la droite mn , on élève les verticales $p-6$ et $8-7$ terminées la première à sa rencontre avec le rayon $g't$, la seconde à sa rencontre avec le rayon $a'r$; on joint le point 3 au point 6, le point 6 au point 7, et le point 7 au point 5, intersection de la ligne $4-r$ avec la ligne mn , ce qui construit le contour de l'ombre du solide af sur le plan M ; puis on trace ensuite l'ombre du solide xz sur ce même plan et sur le terrain, en opérant comme nous avons fait pour construire l'ombre du prisme M à la figure 103, ce qui, dans cet exemple, où cette ombre est confondue en partie dans celle du solide af , et où de plus les arêtes zy et vu se confondent avec les verticales

que l'on a déjà menées par les points a' et g' , se réduit à mener par les points u , v et z , trois lignes dirigées la première au point S , et les deux autres au point S , et à joindre par une droite les points d'intersection de ces deux dernières lignes avec les verticales $p-6$ et $8-7$.

138. *Ombres d'une lucarne et d'une cheminée sur un comble.* (Fig. 108.)

Soit ABF la perspective d'un lattis perpendiculaire au tableau, et dont la ligne de fuite, qui doit passer par le point principal (103, rem. I), soit la droite CE ; soit M la perspective d'une lucarne dont les faces latérales sont parallèles au tableau, les lignes ab et fg , gl et mn , étant les premières parallèles à la ligne d'horizon, et les secondes dirigées au point principal; enfin, soit N la perspective d'une cheminée terminée par un bandeau, et dont les faces sont les unes parallèles et les autres perpendiculaires au tableau, les lignes ab , ai et mn étant la première parallèle à la ligne d'horizon, la seconde dirigée au point principal et la dernière parallèle à la ligne de fuite CE , et soit demandé de construire la perspective des ombres produites par la lucarne et par la cheminée sur le lattis, le point évanouissant des rayons lumineux étant S .

Ombre de la lucarne. — On mène par le point S une parallèle à la ligne d'horizon, qui est la ligne de fuite du plan de rayons lumineux déterminé par l'arête originale (ab); puis, par le point a et par le point E , intersection de cette ligne de fuite avec celle du lattis, on mène la droite $a-1$ terminée à la rencontre d'une droite menée par les points S et b , et qui est l'ombre de la ligne ab . On mène ensuite par le point S une perpendiculaire à la ligne d'horizon, qui est la ligne de fuite des plans verticaux de rayons lumineux; puis, par le point m et par le point E' , intersection de cette ligne de fuite verticale avec celle du lattis, on trace la droite $m-2$ terminée à la rencontre d'une ligne menée par les points S et i , et qui est l'ombre de l'arête mi ; et l'on joint les points 1 et 2 par une droite qui est l'ombre de la ligne bi . On mène par f la droite $f-3$ dirigée au point E et terminée à la rencontre d'une ligne menée par les points S et g , droite qui est l'ombre de l'arête fg ; puis on mène par 3 la droite $3-4$ dirigée au point C , et qui est l'ombre de l'arête gl , puisque l'originale de cette arête étant parallèle au plan du lattis, cette droite et l'ombre qu'elle produit sur ce plan, sont elles-mêmes parallèles. Le contour $a-1-5-3-4-m$, formé de l'ombre entière de la ligne ab et d'une partie de celles des arêtes bi , fg , gl et mi , est celui de l'ombre perspective cherchée¹.

¹ Toutes les fois que, cherchant l'ombre d'un corps quelconque, on ne distingue pas immédiatement, d'après la direction des rayons lumineux, les arêtes dont les ombres circonscrivent l'ombre de ce corps, il suffit, pour lever cette incertitude, de tracer indistinctement les ombres de toutes ces arêtes; car celles de ces ombres qui se trouvent interceptées entre les autres ne peuvent visiblement appartenir au contour cherché. Ainsi, dans cet exemple, la partie $5-2$ de

Enfin, pour avoir les ombres produites par les parties saillantes du toit de la lucarne sur la face antérieure *nmi*, ayant mené successivement les droites *f-6*, *6-7*, *7-8*, la première et la dernière dirigées au point principal, et la seconde parallèle à *fg*, on élève par le point *C* une perpendiculaire à l'horizon, qui est la ligne de fuite des plans verticaux perpendiculaires au tableau; par le point *8* et par le point *E'*, intersection de cette ligne de fuite verticale avec la ligne de fuite *SE*, on trace la droite *8-9* terminée à la rencontre d'une ligne menée par les points *S* et *l*, et qui est l'ombre de la ligne *l-8*, puis on mène par *9* une droite dirigée au point principal, qui est celle de la ligne *lg*; ces deux droites forment le contour de l'ombre cherchée.

Remarque. On peut obtenir plus simplement cette dernière ombre : en effet, si du point *4*, intersection des ombres des arêtes *lg* et *mi*, on mène une droite au point *S*, cette droite sera la perspective d'un rayon lumineux passant à la fois par l'un des points de la droite originale (*lg*), et par l'un de ceux de la droite originale (*mi*), le point de rencontre de cette ligne avec la ligne *mi* sera donc l'un des points de l'ombre perspective de la droite *lg* sur la face *nmi*; et par conséquent si, après avoir mené par ce point de rencontre une droite dirigée au point principal, et tracé la droite *l-9*, on mène par le point *9* une droite dirigée au point *E'*, déterminé comme précédemment, cette droite sera l'ombre de l'arête *l-8* sur cette même face.

Ombre de la cheminée. — On prolonge la ligne *1-2* jusqu'à la rencontre de *ai* en *3*, on abaisse la verticale *3-4* terminée sur la ligne *mn* prolongée, on mène par *4* une droite dirigée au point principal, et l'on prolonge l'arête verticale *fa* jusqu'à cette droite, qu'elle rencontre en un point qui est la perspective de l'intersection de son originale avec le latis.

Cela fait, on mène encore, comme précédemment, par le point évanouissant des rayons lumineux, le lignes *SE*, *SE'*, l'une perpendiculaire et l'autre parallèle à la ligne d'horizon. On trace la droite *5-x* dirigée au point *E'*, et sur laquelle doit se trouver l'ombre de l'arête *af*, et les droites *fx* et *ay* dirigées au point *S*, et qui donnent les points *x* et *y* pour les extrémités de cette ombre. On mène les droites *yu* et *mu* dirigées l'une au point *C*, l'autre au point *E'*, et qui sont les ombres respectives des arêtes *ai* et *m-1*, puisque, l'originale de la première étant parallèle au plan du latis, cette originale et l'ombre qu'elle produit sur ce plan sont parallèles entre elles. On mène par *g* la droite *gv* dirigée au point *S*, et par *x* la droite *xv* dirigée au point *E*, et qui est l'ombre de l'arête *fg*. On mène, pareillement, par *l* la droite *lt* dirigée au point *S*, et par *v* la droite *vt* dirigée au point *C*, et qui est l'ombre de l'arête *gl*.

L'ombre de l'arête *bi*, l'ombre de la courbe *gi*, ombre qui doit passer par les points *3* et *2*, et la partie *2-4* de l'ombre de l'arête *mi*, ne peuvent appartenir au contour extérieur de l'ombre de la lucarne sur le latis.

Enfin on mène encore de même la droite *hs* dirigée au point *S*, et la droite *ts* dirigée au point *E'*, et qui est l'ombre de l'arête *hi*; puis on trace les droites *sr* et *pr* dirigées l'une au point *E*, l'autre au point *E'*; ces droites, qui sont les ombres respectives de l'arête *hi* et de l'arête verticale qui se termine au point *p*, achèvent le contour de l'ombre cherchée. Et quant à l'ombre du bandeau sur la face *m-1-g* de la cheminée, on l'obtient, soit en prolongeant d'abord la droite *1-g* jusqu'à la rencontre de l'arête *hi*, et opérant ensuite conformément à ce que nous avons indiqué en premier lieu pour l'ombre des parties saillantes du toit de la lucarne sur la face *nm*, soit en suivant un procédé semblable à celui que nous avons indiqué en second lieu pour la construction de cette même ombre.

Remarque. On peut faire en entier l'opération que nous venons de décrire, avec le secours du seul point *E'*. En effet, si l'on mène par 5 une parallèle à la ligne de fuite *CE*, que l'on prolonge la verticale *gb* jusqu'à cette parallèle, que l'on mène par 6 une droite dirigée au point *C*, que l'on prolonge la verticale *lh* jusqu'à cette droite, et qu'enfin l'on mène par 7 une parallèle à la ligne de fuite *CE*, qui devra rencontrer la ligne 5-8 à son intersection avec la verticale *ki* prolongée, les points 6, 7 et 8 seront les perspectives des points de rencontre des arêtes originales (*gb*), (*lh*); (*ki*) avec le latus, en sorte que la figure 5-6-7-8 sera la perspective de la section de ce latus par les faces verticales du bandeau prolongées. Cela posé, si l'on mène des droites, 1° par le point *E'* et par chacun des points 5, 6, 7, 8, 2° par le point *S* et par chacun des points *i*, *k*, *a*, *f*, *b*, *g*, *h*, *l*, les intersections respectives de ces lignes feront connaître tous les points nécessaires à la construction de l'ombre du bandeau, et si l'on trace ensuite les droites *mu* et *pr*, elles achèveront le contour de l'ombre cherchée.

159. *Ombre d'un parallépipède rectangle sur deux plans, l'un horizontal et l'autre incliné, en n'employant ni la ligne de fuite de ce second plan, ni celles des plans des rayons lumineux; et en supposant seulement que l'on connaisse les perspectives des intersections de chacun des premiers par un même plan vertical.* (Fig. 109.)

Soit *MNPQ* la perspective d'une surface plane inclinée dans une direction quelconque, soit *MV* la perspective de l'intersection de cette surface avec un plan horizontal sur lequel pose un parallépipède dont la perspective est *af'*; soient enfin *PQ* et *pq* les perspectives des intersections de ces deux plans par un même plan vertical; et soit demandé de construire la perspective de l'ombre portée par le parallépipède original (*af'*) sur ces mêmes plans, le point évanouissant des rayons lumineux étant *S*.

Ayant projeté le point évanouissant des rayons lumineux *S* sur la ligne d'horizon

par une perpendiculaire SS' à cette ligne, on mène par les points b, f, g , les droites bx, fy, gz dirigées au point S ; par les points d'intersection de ces droites avec la ligne peq , on élève les verticales 1-4, 2-5, 3-6 terminées sur PQ ; on joint le point 4 au point x , le point 5 au point y , le point 6 au point z ; puis on mène par les points b', f', g' les droites $b't, f'u, g'v$ dirigées au point S , et l'on joint le point t au point u et le point u au point v ; la figure $bxtuvzg$ est le contour de l'ombre cherchée.

Remarque. La ligne PQ est, sur la figure, la perspective d'une droite horizontale, et par conséquent parallèle à l'intersection de la surface inclinée (MQ) avec le plan horizontal (M, a, N). Mais on pourrait également employer dans cette construction la perspective de toute autre droite située sur cette surface, pourvu que celle de la projection de cette droite sur ce plan horizontal ne cessât point d'être rencontrée par les lignes bx, by et gz ; et, si l'on ne connaît d'abord que la perspective MP d'une seule droite de la surface (MQ), et que la perspective MP de la projection de cette droite sur le plan (M, a, N) ne soit plus rencontrée par les lignes bx, fy, gz , on mènera par un point quelconque P de la ligne MP , une verticale Pp terminée sur MP , puis on mènera par les points P et p deux parallèles perspectives à la droite MN , et l'opération se trouvera ramenée à l'état sous lequel nous l'avons envisagée, puisque ces parallèles perspectives seront visiblement les perspectives des intersections de la surface inclinée (MQ) et du plan horizontal (M, a, N) avec un même plan vertical.

Même opération en supposant les rayons lumineux parallèles au tableau.

(Fig. 110.)

Soit ME la perspective de l'intersection de la surface inclinée qui reçoit une partie de l'ombre du solide original (bg') avec le plan horizontal sur lequel pose ce solide, et soient PE et pE les perspectives des intersections de cette surface inclinée et de ce plan horizontal par un même plan vertical quelconque.

On mène par M une parallèle à la base du tableau jusqu'à la rencontre de la droite pE en p , on mène par p la verticale pP jusqu'à la rencontre de la droite PE et l'on joint les points M et P par une droite; puis on mène par les points b, f, g des parallèles à la base du tableau; par les intersections de ces parallèles avec la droite ME , on mène des parallèles à la droite MP ; on mène par les points b', f', g' les droites $b't, f'u, g'v$ parallèles à la direction des rayons lumineux, et l'on joint les points t et u , et u et v ; la figure $bxtuvzg$ est le contour de l'ombre cherchée.

140. Ombre d'un cylindre droit dont la génératrice est verticale. (Fig. 111.)
(Le point évanouissant des rayons lumineux est S .)

Ayant abaissé du point S sur la ligne d'horizon la perpendiculaire SS' , on mène par le point S' deux tangentes à la perspective de la base inférieure du cylindre, et par les points de contact, on élève les verticales bg et $b'g'$ qui sont les perspectives des

droites de séparation d'ombre et de lumière sur la surface du cylindre original. Par les points g et g' , extrémités de ces verticales, on mène les droites $g-1$ et $g'-2$ dirigées au point S . On prend, sur la partie $ba'b'$ de la courbe $ba'b'a$, un point à volonté a' ; on élève par ce point la verticale $a'f'$, et l'on mène par les points a' et f' les droites $a'-3$ et $f'-3$ dirigées la première au point S' , et la seconde au point S ; on répète la même construction à l'égard d'un certain nombre d'autres points pris de même sur la courbe $aba'b'$, et dans la partie $ba'b'$ de cette courbe; puis par les points 1, 2 et par tous les points tels que 3, on fait passer une courbe. La figure $b-1-3-2-b'$ est la perspective de l'ombre portée par le cylindre original sur le plan de sa base.

Si le cylindre original est creux, et s'il faut construire la limite de l'ombre portée par la surface de ce cylindre sur elle-même, on prend sur la partie gfg' de la courbe $fgf'g'$, un point à volonté f ; on mène par ce point la droite ff' dirigée au point S' ; on abaisse la verticale $f-4$, et l'on mène la droite $f-4$ dirigée au point S ; on répète cette construction à l'égard d'un certain nombre d'autres points pris de même sur la courbe $gfgf'$, et dans la partie gfg' de cette courbe; puis, par les points g et g' et par tous les points tels que 4, on fait passer une courbe; cette courbe est la limite cherchée.

La figure 112 présente la même opération faite en supposant les rayons lumineux parallèles entre eux, et d'après ce que nous venons de dire, nous croyons pouvoir nous dispenser d'en donner l'explication.

141. *Ombre d'un cylindre dont la génératrice est dirigée d'une manière quelconque par rapport au tableau.* (Fig. 113.)

Nous supposons d'abord que les bases du cylindre original soient parallèles au tableau; en outre, la figure que nous emploierons pour l'exposition de la méthode qui fait le sujet de cet article, ne présentera que le cas particulier où la génératrice du cylindre original est horizontale, et où l'ombre de ce cylindre est reçue sur un plan aussi horizontal; mais on devra néanmoins concevoir, pendant tout le cours de l'explication, que cette génératrice et ce plan pourraient avoir toute autre direction, et pourraient n'être point parallèles l'un à l'autre.

Par le point évanouissant des rayons lumineux S , et par le point évanouissant de la génératrice du cylindre E , on fait passer une droite; on mène les deux droites $a-1$ et $b-2$, tangentes à la courbe $agbf$ et parallèles à la droite SE , et par chacun des points de contact a et b , et par le point E , on fait passer des droites qui sont les perspectives des lignes de séparation d'ombre et de lumière sur la surface du cylindre

* Les différentes pratiques employées dans cet article et dans les cinq suivants, se trouveront démontrées par les considérations que nous exposerons plus loin. (Voyez note III.)

original. On prend ensuite, sur la courbe $agbf$, et dans la partie agb de cette courbe, un certain nombre de points à volonté comme h , et par ces points on mène des droites parallèles à la ligne SE . Par les points de rencontre de ces parallèles et de chacune des tangentes $a-1$ et $b-2$ avec la perspective de l'intersection du plan de la base originale ($agbf$) et du plan qui reçoit l'ombre du cylindre, perspective qui dans cet exemple est la droite $g-1$ parallèle à la ligne d'horizon, on mène les droites $1-3$, $2-4$, $7-8$ dirigées au point de rencontre de la droite SE avec la ligne de fuite du plan qui reçoit l'ombre originale, ligne de fuite qui, dans cet exemple, est la ligne d'horizon elle-même. Par chacun des points tels que h , on mène une droite dirigée au point E et terminée sur la perspective de la seconde base du cylindre; et par les points a, a', b, b' , et par chacun des points tels que h et h' , on mène les droites $a-5$ et $a'-3$, $b-6$ et $b'-4$, $h-9$ et $h'-8$, dirigées au point S . Par les points 5 et 6 , intersections des lignes $1-3$ et $a-5$, $2-4$ et $b-6$, et par tous les points tels que 9 , intersections des lignes $7-8$ et $h-9$, on trace une courbe qui, dans cet exemple, doit passer par le point g ; et par les points 5 et 4 , intersections des lignes $1-3$ et $a'-3$, $2-4$ et $b'-4$, et par tous les points tels que 8 , intersections des lignes $7-8$ et $h'-8$, on trace de même une courbe qui doit passer par le point g' . Ces deux courbes et les droites $5-3$ et $6-4$ forment la perspective totale du contour de l'ombre originale dont une partie est cachée dans cet exemple par le corps même qui la produit.

Si le cylindre original est creux, et s'il faut construire la limite perspective de l'ombre produite sur la surface intérieure de ce cylindre, c'est-à-dire la perspective de l'ombre de la courbe originale (afb) sur cette surface, on prend, de même, sur la courbe $afbg$, et dans la partie afb de cette courbe, un certain nombre de points à volonté comme f ; on mène par ces points des droites dirigées au point S comme fo et des parallèles à la droite SE comme fh ou fg ; par les points de rencontre de ces parallèles avec la courbe agb , on mène des droites dirigées au point E ; et, par les points o , intersections de ces dernières droites avec les droites telles que fo , et, par les points a et b , on fait passer une courbe; cette courbe est l'ombre perspective cherchée.

Enfin, si la lumière reçue dans l'intérieur du cylindre original se projetait en même temps sur la surface convexe de ce cylindre, et sur une partie de sa seconde base, ce qui aurait lieu, dans cet exemple, si cette base, que nous supposons toujours parallèle au tableau, était telle que sa perspective fut la courbe $lmnp$, on mènerait, par les points de rencontre de cette courbe avec les droites telles que gg' ou hh' , des parallèles à la droite SE telles que lv et nu ; les intersections respectives de ces parallèles avec les droites telles que fo appartiendraient à la perspective de l'ombre de la courbe originale (afb) sur la base originale ($lmnp$); et celles des lignes telles que gg' ou hh' qui seraient rencontrées par celles des droites fo qui leur correspondraient, avant d'atteindre la courbe $lmnp$, continueraient à déterminer,

par leurs intersections avec ces dernières lignes, l'ombre de cette même courbe originale ($agfb$) sur la surface convexe du cylindre.

Et si les plans des bases du cylindre original ne sont point parallèles au tableau, il n'y aura autre chose à changer à tout ce que nous venons de dire, qu'en ce que l'on devra substituer, aux parallèles à la droite SE telles que $a-1$, $b-2$, $h-7$, fh , fg , lv , mu , des droites tracées de la même manière et dirigées au point de rencontre de la ligne SE avec la ligne de fuite des plans de ces bases.

142. *Autre manière de déterminer l'ombre d'un cylindre droit dont la génératrice est horizontale sur un plan aussi horizontal, et la limite de l'ombre produite dans l'intérieur de ce cylindre supposé creux.* (Fig. 114.)

On prend sur la courbe $agfb$ plusieurs points à volonté comme a, f, b, l, h , et par ces points on mène des verticales terminées sur la droite mn , perspective de l'intersection du plan de la base originale ($agfb$) avec le plan horizontal qui reçoit l'ombre du cylindre. Par chacun des points o, g, p, n , on mène une droite dirigée au point évanouissant de la génératrice du cylindre; on trace par m la droite $m-1$ dirigée au point S , projection du point évanouissant des rayons lumineux sur la ligne d'horizon; par les intersections de cette droite avec les droites $o-4$, $g-3$, $p-2$, $n-1$, on élève des verticales; des points f, k, a, b, l, l', g , on mène des droites au point E ; et par les points $a, 5, 6, 3, 7, 8$, on fait passer une courbe; puis on mène par le point évanouissant des rayons lumineux S deux droites tangentes à cette courbe, et, par chacun des points de contact, on mène une droite dirigée au point E comme tt' . Ces droites sont les perspectives des lignes de séparation d'ombre et de lumière sur la surface du cylindre original, lignes qui, dans cet exemple, se trouvent toutes deux hors de la partie visible de cette surface.

On mène ensuite, par le point t , la verticale tq terminée sur la droite mn , et par les points q et t on mène les deux droites qu et tu dirigées la première au point S et la seconde au point E . On opère de même à l'égard d'un certain nombre d'autres points pris à volonté sur la courbe $agfb$ et dans la partie gbt de cette courbe; puis, par les points u et g , et par tous les points tels que y , on fait passer une courbe, et par le point u on mène une droite dirigée au point E , ce qui construira le contour perspectif de l'ombre portée du cylindre.

Enfin, pour construire la limite perspective de l'ombre portée par la surface du cylindre sur elle-même, on mène arbitrairement entre les droites mu et $m-1$ plusieurs autres droites dirigées au point S comme $o-9$; on construit par le moyen de ces droites un nombre suffisant de courbes telles que la courbe $a-5-6-3$; des points d'intersection de chacune de ces courbes avec la courbe $agfb$, comme k et k' , on mène des droites dirigées au point S comme kx , et $k'x'$; puis on mène pareille-

ment, par a , la droite az dirigée au point S . Le point z , intersection de cette droite avec la courbe $a-5-6-3$, les points de la courbe $agbf$ où viennent aboutir les perspectives de lignes de séparation d'ombre et de lumière sur la surface du cylindre, et les points tels que x et x' déterminent la limite perspective cherchée.

Remarque I. Si l'ombre de la seconde base du cylindre original était visible, on en construirait la perspective en opérant de même que pour celle de la base antérieure, ou bien, par chacun des points tels que t et b , et par chacun des points tels que u et y , on mènerait une droite dirigée au point E , et, par les points de la courbe $f'a'g'b'$ où aboutiraient celles de ces droites qui passeraient par les points tels que t et b , on mènerait des droites dirigées au point S ; les intersections respectives de ces dernières droites avec les parallèles perspectives à la génératrice du cylindre menées par les points tels que u et y détermineraient une suite de points qui appartiendraient à cette perspective.

Remarque II. D'après les exemples que nous venons de traiter dans cet article et dans le précédent, on obtiendra sans difficulté les ombres de toute espèce de ciuitre.

143. *Ombres d'un mur et d'une droite inclinée sur un cylindre droit dont la génératrice est verticale.* (Fig. 115'.)

On prend sur la droite mn un point à volonté comme p ; on trace par ce point la verticale pp' ; on mène par les points p' et p les droites $p'-1$ et $p-2$ dirigées la première au point S , et la seconde au point S ; et, par le point de rencontre de la première de ces droites avec la courbe $xx'y$, on élève la verticale 1-2. On répète la même construction à l'égard d'un certain nombre d'autres points pris à volonté sur la droite mn , et par tous les points tels que 2 on fait passer une courbe; cette courbe est la limite de l'ombre du mur M sur le cylindre N .

À l'égard de l'ombre de la droite rs sur ce même cylindre, ayant abaissé la verticale rr' , et mené la droite sr' qui est la perspective de la projection de la droite originale (rs) sur le terrain, on prend un point à volonté comme q , on abaisse la verticale qq' , on mène les droites $q-4$ et $q'-3$ dirigées la première au point S , la seconde au point S' , et par le point d'intersection de la seconde de ces droites avec la courbe $xx'y$ on élève la verticale 3-4; on répète la même construction à l'égard d'un certain nombre d'autres points pris sur la droite rs ; et, par le point r , et par tous les points tels que 4, on fait passer une courbe; cette courbe est l'ombre perspective cherchée.

* Nous avons jugé inutile d'indiquer sur cette figure et sur la suivante le point évanouissant des rayons lumineux, mais nous continuerons cependant de désigner ce point par la lettre S , et sa projection sur la ligne d'horizon par la lettre S' .

Et quant à la partie éclairée de la surface du cylindre, à son ombre sur le plan du terrain et aux ombres du mur M et de la droite rs sur ce même plan, on les détermine par les procédés que nous avons indiqués dans les articles précédents.

Remarque. La limite perspective de l'ombre du mur M sur le terrain et celle de l'ombre de ce même mur sur le cylindre N doivent se rencontrer en un même point de la courbe $xr'y$; et si, par le point 5, intersection de l'ombre perspective de la droite rs avec la perspective de la ligne de séparation d'ombre et de lumière sur la surface visible du cylindre N , on mène la droite 5-6 dirigée au point S , cette droite doit passer par le point dans lequel l'ombre de la droite rs sur le terrain se réunit à celle de ce cylindre.

144. *Ombre d'une droite verticale sur un cylindre dont la génératrice est horizontale.* (Fig. 116.)

Ayant déterminé la perspective de l'intersection du plan de la base originale $agbf$ avec le plan du terrain, perspective qui, dans cet exemple, est la droite gm parallèle à la ligne d'horizon (la base originale agb étant encore supposée parallèle au tableau), on mène par q la droite qm dirigée au point E , et, par le point de rencontre de cette droite avec la droite gm , on élève la verticale mn ; on mène par p la droite pn aussi dirigée au point E et terminée sur cette verticale; par le point évanouissant des rayons lumineux, et par le point E , on fait passer une droite; on mène par n la ligne nr dirigée au point de rencontre de cette droite avec la ligne de fuite du plan de la base originale ($agbf$) ou parallèle à cette droite, si, comme dans cet exemple, le plan de cette base est parallèle au tableau; puis, par le point de rencontre de la ligne nr avec la courbe $agbf$, on mène la droite rs dirigée au point E , et par p on mène la droite ps dirigée au point S . On prend ensuite sur la droite pq un point à volonté comme 1; on mène la droite 1-2 dirigée au point E ; par le point de rencontre de cette droite avec la verticale mn on mène la ligne 2-3 dirigée au point de rencontre de la ligne de fuite du plan de la base originale ($agbf$) avec la droite menée par le point E et par le point évanouissant des rayons lumineux, ou parallèle à cette dernière droite, si le plan de la base ($agbf$) est parallèle au tableau; puis, par le point de rencontre de la droite 2-3 avec la courbe $agbf$, on mène la ligne 3-4 dirigée au point E , et par 1 on mène la ligne 1-4 dirigée au point S . Enfin, on répète cette construction à l'égard d'un certain nombre d'autres points pris aussi arbitrairement sur la droite pq ; et, par le point s , et par tous les points tels que 4, on fait passer une courbe; cette courbe est l'ombre perspective de la droite pq sur le cylindre $agbf$.

Remarque. Il est aisé de généraliser la méthode que nous venons d'exposer et de l'étendre au cas où la génératrice du cylindre original, serait inclinée par rapport au

tableau, et où, en même temps, la droite dont on aurait à construire l'ombre ne serait point verticale. Car les droites gm et mn ne sont autre chose que les perspectives des intersections du plan du terrain et du plan de la base originale ($agbf$) avec un même plan conduit par la droite originale (pq), et parallèle à la génératrice du cylindre; or ces perspectives sont toujours faciles à construire, et lorsqu'on les a obtenues, il n'y a rien à changer à ce que nous avons dit relativement au reste de l'opération.

145. *Autre manière de déterminer l'ombre d'une droite verticale sur un cylindre droit dont la génératrice est horizontale.* (Fig. 116.)

Ayant toujours déterminé la perspective de l'intersection du plan de la base originale ($agbf$) avec le plan du terrain, on prend sur la courbe $agbf$ plusieurs points à volonté, comme a, l, f , et de ces points on abaisse des verticales terminées sur cette perspective gm . On mène par q la droite $q-7$ dirigée au point S ; on mène par les points $g, 5, 6$, des droites dirigées au point E ; par les points de rencontre de ces droites avec la ligne $q-7$ on élève des verticales; par les points a, g, f, l, F , on mène des droites dirigées au point B ; et, par les intersections respectives de ces droites avec les verticales telles que $7-8$, on fait passer une courbe; la partie de cette courbe terminée à sa rencontre avec une droite menée par le point p et dirigée au point S , est l'ombre perspective cherchée.

Remarque. Cette méthode et celle que nous avons exposée dans l'article 142, conviendraient au cas où la génératrice du cylindre original ne serait point perpendiculaire à la base de ce cylindre, pourvu que cette base fut toujours verticale. En outre, on verra facilement comment il faudrait les modifier si les rayons lumineux ou la génératrice du cylindre original étaient parallèles au tableau. Et quant aux méthodes des articles 144 et 141, il n'y aurait autre chose à y changer dans chacun de ces deux derniers cas que de substituer, à la ligne menée, suivant ce que nous avons dit, par le point évanouissant des rayons lumineux et par celui de la génératrice du cylindre, une droite menée par ce dernier point et parallèle à la direction des rayons lumineux, ou une droite menée, au contraire, par le premier de ces deux points, et parallèle à cette génératrice.

S III. EXEMPLES DE LA PERSPECTIVE DES OMBRES LINÉAIRES, DANS LE CAS OÙ LA LUMIÈRE PROVIENT D'UN FLAMBEAU.

146. *Ombre d'un parallépipède rectangle sur deux plans, l'un horizontal et l'autre vertical.* (Fig. 117.)

Soit S la perspective du point lumineux, soit S' celle de la projection de ce point sur le terrain, soit af la perspective d'un parallépipède rectangle, et soit demandé de construire la perspective de l'ombre portée par ce parallépipède sur le terrain et sur un plan vertical dont l'intersection avec le plan du terrain a pour perspective la droite mn .

Première méthode. Par le point S' et par chacun des points a, b, f, g , on mène une droite indéfinie; par les intersections des droites Sf et $S'g$ avec la ligne mn , on élève des verticales; par le point S et par les points a', b', g', f' , on mène les droites $S-1, S-2, S-3, S-5$; enfin on joint le point 1 au point 2, le point 2 au point 3, le point 5 au point 4, et du point d'intersection de la droite 2-3 avec la ligne mn on mène une droite au point 4; la figure $a-1-2-6-4-5-g-g$ est l'ombre perspective cherchée.

Deuxième méthode. Par le point S' et par le point a on mène une droite indéfinie, et, par le point S et le point a' , on fait passer une ligne que l'on prolonge jusqu'à la rencontre de cette droite en 1; on mène par 1 la ligne 1-2 perspectivement parallèle à $a'b'$, et terminée à sa rencontre avec une droite menée par les points S et b' ; on mène par 2 une parallèle perspective à la droite $b'f'$ terminée à la rencontre de la ligne mn ; on mène, par les points S' et S , les droites $S'-7$ et $S-8$ aussi perspectivement parallèles à l'arête $b'f'$; par le point de rencontre de la première de ces droites avec la ligne mn , on élève la verticale 7-8; par le point de rencontre de cette verticale avec la droite $S-8$, et par le point 6, on fait passer une droite; par les points S et f' , on mène une droite prolongée jusqu'à la rencontre de la ligne 8-6; enfin, on mène, comme ci-dessus, les droites $Sg-g, g-5$ et $Sg'-5$, et l'on joint les points 4 et 5 par une droite. La figure $a-1-2-6-4-5-g-g$, ainsi déterminée, est encore l'ombre perspective cherchée; car, les droites originales ($a'b'$) et ($b'f'$) étant parallèles au plan du terrain, leurs ombres sur ce plan leur sont parallèles, et, en second lieu, le point 8 est la perspective du point où le plan original M serait rencontré par une parallèle à l'arête originale ($b'f'$) menée par le point lumineux, d'où il suit que ce point appartient à la perspective de l'ombre de cette arête sur le plan M .

Remarque. Si, par les points S et S' , on mène deux droites perspectivement parallèles à l'arête $f'g'$, et que, par le point de rencontre de la première de ces droites avec la ligne mn , on élève une verticale, le point de rencontre de cette verticale avec la seconde de ces droites, sera la perspective du point dans lequel le plan M serait rencontré par une droite menée par le point lumineux, et parallèle à l'arête originale ($f'g'$); et, par conséquent, la droite 4-5, étant prolongée, devra passer par ce point de rencontre; ce qui fournit un moyen de vérifier l'exactitude de l'opération.

147. Ombre d'un parallépipède rectangle sur des marches. (Fig. 118.)

Soit S la perspective du point lumineux, soit S' celle de sa projection sur le plan de la seconde marche, et soit af' la perspective du parallélepède qui porte ombre.

Par le point S' , et par un point X , pris à volonté sur la ligne d'horizon, on mène la droite $XS'-1$; on trace la verticale $1-2$, et l'on mène la droite $2-X$; on trace pareillement $3-4$, et l'on mène la droite $4-X$; enfin, on trace la verticale $5-6$, et l'on mène la droite $X-6-S''$; puis on prolonge la verticale SS' ; ce qui donne les points S'' , S' , S'' pour les perspectives des projections du point lumineux sur les plans des différentes marches.

Par le point S' et par le point a , on mène une droite indéfinie; on trace la verticale gh , et, par le point S'' et le point h , on mène une droite indéfinie; on trace pareillement lk , et, par le point S''' et le point k , on mène une droite indéfinie; puis, par le point S et le point a' , on fait passer une droite que l'on prolonge jusqu'à la rencontre de la ligne $S'''k$.

On mène, par le point m , la droite mn perspectivement parallèle à $a'b'$, et qui achève le contour de l'ombre perspective du solide af' sur le terrain, et, par le point p , on mène pareillement la droite pq perspectivement parallèle à $a'b'$, ce qui achève le contour de l'ombre perspective de ce même solide sur le plan de la première marche.

On mène, par le point r la droite rs perspectivement parallèle à l'arête $a'b'$, et terminée soit à la rencontre d'une droite menée par les points S' et b , soit à la rencontre d'une droite menée par les points S et b' ; par le point s on mène st perspectivement parallèle à $b'f'$, et, par le point S' et le point f , on mène la droite fu ; ce qui achève le contour de l'ombre perspective du solide af' sur le plan de la seconde marche. Enfin, on élève la verticale uv ; par les points S'' et v , on fait passer une droite indéfinie; par les points S et f , on mène une droite que l'on prolonge jusqu'à la rencontre de la droite $S''v$; on mène par x la droite xy perspectivement parallèle à $b'f'$, et l'on joint les points t et y par une droite; ce qui donne la figure $uvxyt$ pour l'ombre perspective du solide af' sur la troisième marche et sur sa contre-marche.

Et quant aux ombres portées par la seconde marche sur la première, et par celle-ci sur le terrain, ayant mené, par les points S et 1 , une droite prolongée jusqu'à la rencontre de la ligne $X-3$, et, par les points S et 3 , une seconde droite prolongée jusqu'à la rencontre de la ligne $X-4$, on mène, par chacun des points 7 et 8 , une parallèle perspective aux arêtes des marches; ces parallèles sont les limites de ces ombres.

Remarque. Si l'on conçoit par le point lumineux une parallèle à chacune des arêtes originales ($a'b'$), ($b'f'$), et que l'on construise les perspectives des points de rencontre de la première de ces parallèles avec les plans de la première et de la seconde contre-marche, et la perspective du point de rencontre de la seconde de ces mêmes parallèles avec le plan de la troisième contre-marche, cette dernière perspec-

tive devra se trouver sur le prolongement de la ligne ty , et les deux autres devront se trouver, l'une sur le prolongement de la ligne nn' , l'autre sur le prolongement de la ligne qq' ; ce qui fournit un moyen de vérifier l'exactitude de l'opération, et ce qui peut servir aussi à modifier, en certains cas, la marche que nous venons d'indiquer.

148. *Ombre d'une pyramide quadrangulaire et d'un socle sur deux plans, l'un horizontal et l'autre incliné.* (Fig. 119.)

Ayant construit la perspective du contour de l'ombre du socle sur le terrain en opérant comme à la figure 117, et tracé de plus la perspective de la projection du carré original ($abfg$) et celle de la projection du point original (s) sur le terrain, par une opération que l'on suivra sans difficulté sur la figure, on mène par les points 1, 2, 3, les droites 1-4, 2-6 et 3-5 dirigées au point S' , perspective de la projection du point lumineux sur le terrain, et par les points b , s , g , les droites $b-4$, $g-5$ et $s-6$ dirigées au point S , perspective du point lumineux, ce qui donne le triangle 4-6-5 pour la perspective de l'ombre que porterait la pyramide originale sur le terrain, sans l'interposition de la surface originale ($MNPQ$).

On détermine la perspective de la projection de la droite originale PQ sur le terrain, perspective qui, dans cet exemple, est la droite $Q'P'$ perspectivement parallèle à MN et menée par le point de rencontre de la droite MR' avec une verticale tracée par le point Q . Par le point de rencontre de cette perspective avec la ligne 2-6 on élève la verticale hk terminée sur PQ . Par le point k et par le point de rencontre de la même ligne 2-6 avec la droite MN on fait passer une droite; et du point 7, intersection de cette droite avec $Ss-6$, on mène des droites aux points 8 et 9, intersections des droites 4-6 et 5-6 avec MN , ce qui donne le triangle 7-8-9 pour l'ombre perspective de la pyramide sur la surface $MNPQ$.

On prolonge la droite $k-7$ jusqu'à la rencontre de la verticale SS' aussi prolongée, ce qui donne le point S'' pour la perspective du point de rencontre de la verticale originale (SS') avec le plan original (MP). On mène par l une droite dirigée au point S' ; par le point de rencontre de cette droite avec MN , on mène une droite dirigée au point S'' ; et du point o , intersection de cette seconde droite avec une troisième droite menée par i et dirigée au point S , on mène des droites aux points m et n , intersections de la ligne MN avec les droites qui forment le contour de l'ombre du socle sur le terrain; ce qui donne le triangle omn pour l'ombre de ce même socle sur la surface (MP).

Enfin, on mène, des points q et r à un même point pris arbitrairement sur l'horizon, les deux lignes rX et qX ; on mène $S'q'$ parallèle à la base du tableau, on élève $q'r'$, on mène $r'S''$ parallèle à $q'S'$; par le point S''' et par le point p on fait passer une droite que l'on prolonge jusqu'à la rencontre de la ligne Ss en t , et des

points g et b on mène des droites au point t ; ces droites sont les limites de l'ombre perspective de la pyramide sur le socle.

Et quant à l'ombre du trapèze vertical $MQRH'$ sur le terrain et sur le plan vertical T , on abaisse, d'un point quelconque de la droite MQ , la verticale xx' terminée sur MR' ; on mène les droites $x'y$ et xy dirigées, la première au point S , la seconde au point S ; par les deux points M et y on fait passer une droite que l'on prolonge jusqu'à la rencontre de l'intersection perspective du plan T avec le terrain; on mène, par le point Q' , la droite $Q'z$ dirigée au point S ; par le point de rencontre de cette droite avec $H'v$ on élève la verticale zu ; on mène par Q la droite Qu dirigée au point S , et l'on joint le point v au point u , et le point u au point R . La figure $MvuR$ est le contour de l'ombre cherchée.

149. Ombres de différents objets dans une chambre éclairée par une lumière posée sur une table. (Fig. 120.)

Ombre de la table M. — On mène par le point S' la droite $S'-1$ perspective-ment parallèle à ag ; par le point de rencontre de cette droite avec gf on élève la verticale $1-s$; et par le point S on mène Ss perspectivement parallèle à ag . Par les points s et g on mène une droite que l'on prolonge jusqu'en h ; on mène par h la droite hk perspectivement parallèle à ga ; par les points S et a on fait passer une droite que l'on prolonge jusqu'à la rencontre de la droite hk et k ; et par le point k on mène kl perspectivement parallèle à ab . L'ensemble des lignes gh , hk , kl , forme le contour de l'ombre perspective de la table M sur le plan vertical Y et sur le plan horizontal X .

Ombre du battant N. — On prolonge la verticale $1-s$ jusqu'en 2, on mène par 2 une parallèle perspective à $1-S'$, on prolonge la verticale SS' jusqu'à la rencontre de cette parallèle en S'' ; et par les points S'' et m on fait passer une droite. Cette droite est la limite de l'ombre du battant N sur le plan horizontal X . On mène ensuite par S' une parallèle perspective à la droite np ; par le point de rencontre de cette parallèle avec la ligne bf on élève la verticale $3-s'$; on mène par le point S la droite Ss' perspectivement parallèle à pn , et par le point s' et le point n on fait passer une droite. Cette droite est la limite de l'ombre de ce même battant sur le plan vertical Z .

Ombre de la droite verticale PQ. — On prolonge la verticale $1-s$ jusques en 4, on mène par 4 une parallèle perspective à la droite $S'-1$, on prolonge la verticale SS' jusqu'à la rencontre de cette parallèle en S''' ; par les points S''' et P on mène une ligne indéfinie, et par les points S et Q on fait passer une droite que l'on prolonge jusqu'à la rencontre de cette ligne. La droite Pq est l'ombre de la droite verticale PQ .

Ombre des tablettes T. — On mène l'une des droites $S'''-5$ et $S'''-6$ perspectivement parallèles à l'intersection des plans Y et X , et la droite Ss'' aussi perspectivement

parallèle à cette intersection, et l'on trace la verticale 5-6 qui rencontre cette dernière droite en s'' . On mène par r la droite ry dirigée au point s'' , et par t la droite ty dirigée au point S ; par le point y , intersection de ces deux droites, on mène la droite yz perspectivement parallèle à tu , et terminée en z à la rencontre d'une droite menée par les points S et u ; on mène par z la droite zx dirigée au point s'' ; par le point de rencontre de cette droite avec l'intersection perspective des deux plans Y et V , on mène une parallèle perspective à la droite uv terminée en w à la rencontre d'une droite menée par les points S et v , et l'on joint le point w' au point w par une droite dont le prolongement doit passer par le point s . La figure $ryzwxw'$ est le contour de l'ombre perspective des tablettes T sur les plans verticaux Y et V .

Ombres des deux consoles R et R'. — On mène par un point arbitraire 8 la droite 8-9 perspectivement parallèle à rt , on mène par 9 la ligne 9-0 dirigée au point s'' , et par 8 la droite 8-0 dirigée au point S ; le point o , intersection de ces deux droites, appartient au contour de l'ombre de la console R sur le plan V ; et si la droite 9-0 rencontre la ligne ru' avant d'être coupée par la droite 8-0, on mène à cette rencontre une parallèle perspective à rt ; l'intersection de cette parallèle avec la droite 8-0 appartient au contour de l'ombre de cette même console R sur la surface inférieure de la tablette.

Même construction pour tel point du contour de l'ombre de la console R' que l'on voudra déterminer, en observant que, cette console étant à angle droit sur le plan Y , les droites 8-9 et 9-0 devront être, la première perspectivement parallèle à rv' , et la seconde dirigée au point s .

Ombres de la cheminée. — L'ombre de la tablette $abfg$ sur le plan V se construit de même que celle des tablettes R sur ce même plan. Pour avoir l'ombre de cette même tablette sur le chambranle, on construit le rectangle $klmn$; par le point de rencontre de la droite ag prolongée avec la verticale 5-6, on mène une parallèle perspective à la droite $s'S$, et par le point 7, intersection de cette parallèle avec la droite lm aussi prolongée, on élève la verticale 7- s''' ; on prolonge la droite um jusqu'à la rencontre de bf en 1, on mène les droites $m-2$ et $1-2$ dirigées, la première au point s''' , la seconde au point S , on trace les verticales 2-3 et 1-4, et la droite 4-3 dirigée au point S , et l'on mène par 3 une parallèle perspective à bf ; cette parallèle est la limite de l'ombre cherchée. Quant aux autres parties de l'opération, la perspective de la projection du point lumineux sur le plan X étant connue, elles se trouvent suffisamment expliquées par les exemples que nous avons déjà traités.

Ombre de la droite inclinée LK. — Ayant déterminé, par une opération que l'on suivra sans difficulté sur la figure, les droites pq et qr , perspectives des projections des droites originales (ab) et (bf) sur le plan horizontal X , on abaisse la verticale GG' terminée sur qr , et, par les points K et G' , on fait passer une droite qui est la per-

spective de la projection de la droite originale (LK) sur ce même plan X ; puis, par les points de rencontre de cette droite avec les lignes tu et $p-6$, on élève les verticales $H'H$ et FI , ce qui donne le point H pour la perspective du point de rencontre de la droite originale (LK) avec le plan du chambranle, et le point I pour la perspective du point de rencontre de cette même droite avec le plan V .

Cela fait, on abaisse, d'un point arbitraire F de la droite LK , la verticale FF' terminée sur KG' ; on mène les droites $F'F''$ et FF'' dirigées la première au point S'' , et la seconde au point S ; par le point de rencontre de ces deux droites, et par le point K , on fait passer une droite terminée à sa rencontre I'' avec l'intersection perspective des deux plans X et V , et qui est l'ombre de la droite LK sur le plan horizontal X ; par le point de rencontre de cette droite avec la ligne gr , et par le point G , on fait passer une droite qui est l'ombre de cette même droite LK sur le plan de l'épaisseur de la tablette af ; par le point de rencontre de la droite KI'' avec la ligne tu , et par le point H , on fait passer une droite qui est l'ombre de la droite LK sur le plan du chambranle; par le point I'' et par le point I , on fait passer une droite terminée à la rencontre d'une seconde droite menée par les points S et L , et qui est l'ombre de cette même droite LK sur le plan V ; enfin, par le point de rencontre de cette dernière ombre avec ag , et par le point G , on fait passer une droite qui est l'ombre de la droite LK sur la tablette af , et qui doit être perspectivement parallèle à KI'' .

CHAPITRE VII.

DE LA PERSPECTIVE DES RÉFLEXIONS PRODUITES PAR L'EAU ET LES MIROIRS PLANS.

150. Lorsque les rayons lumineux renvoyés dans l'espace par les différents points d'un corps éclairé rencontrent une surface polie, ils se réfléchissent de nouveau, faisant l'angle de réflexion égal à l'angle d'incidence, et ceux de ces rayons réfléchis qui parviennent à notre œil, y apportent l'image des points d'où ils sont partis, avec une altération d'autant moins sensible que le poli de la surface réfléchissante est plus parfait; de là les répétitions produites par ces sortes de surfaces, et auxquelles on donne le nom de *réflexions*.

D'après cela, soit AB une droite quelconque perpendiculaire à la surface réfléchissante (fig. 121), et soit MB la section de cette surface par un plan passant par cette droite et par l'œil; si l'on prolonge la droite AB , que l'on prenne sur cette droite et sur son prolongement deux points N et N' équidistants du point B , que l'on mène une droite du point N' à l'œil, et que, du point d'intersection de cette droite avec MB , on mène au point N la droite GN , l'angle NGB sera égal à l'angle BGN' , et par suite à l'angle MGO , et par conséquent le rayon GO sera celui par lequel l'image réfléchie du point N parviendra à l'œil; mais, ce rayon passant par le point N' , cette image se confondra avec celle de ce dernier point; d'ailleurs la même chose aura lieu à l'égard de tout autre point de la ligne AB ; donc, 1° la réflexion de toute droite perpendiculaire à la surface qui produit cette réflexion, peut être considérée comme l'image du prolongement de cette droite derrière cette surface supposée transparente; 2° la réflexion d'un point quelconque de l'espace dans un miroir plan, peut être considérée comme l'image d'un second point situé sur la perpendiculaire au plan de ce miroir, menée par ce point, et à une distance de ce plan égale à celle à laquelle en est situé ce même point.

151. Il résulte de là que, pour obtenir la perspective des réflexions produites par un miroir plan, il suffirait de concevoir, par les différents points des objets réfléchis, des perpendiculaires au plan de ce miroir, de construire les perspectives de ces perpendiculaires et celles de leurs points de rencontre avec ce plan, et de déterminer

ensuite pour chacune d'elles la perspective d'un point situé à une distance de sa rencontre avec le plan du miroir égale à celle du point original correspondant à ce point de rencontre; car, ainsi, on obtiendrait successivement les différents points de la réflexion perspective demandée.

Cette solution est, en effet, celle à laquelle il convient de s'arrêter lorsque le plan du miroir original est horizontal, et lorsque ce plan est vertical et perpendiculaire ou parallèle à celui du tableau; mais, quand ces conditions particulières n'ont pas lieu, cette construction devient pénible, et l'on peut, en se guidant par d'autres considérations, parvenir plus simplement au même résultat.

En effet, de ce que, comme nous l'avons démontré dans l'article précédent, la réflexion d'un point quelconque de l'espace dans un miroir plan peut être regardée comme l'image d'un second point situé, à l'égard du plan de ce miroir, dans une position symétrique de celle du point réfléchi par rapport à ce plan, on déduit aisément ces conséquences: 1° la réflexion d'une droite dans un miroir plan, non parallèle à cette droite, est une seconde droite qui passe par le point de rencontre de la droite réfléchie avec le plan du miroir, qui fait avec ce plan un angle égal à celui sous lequel le rencontre cette droite réfléchie, et qui est, en même temps, située dans un plan mené par cette même droite réfléchie et perpendiculaire au plan du miroir; 2° les réflexions dans un même miroir plan de plusieurs droites parallèles entre elles sont des droites aussi parallèles entre elles; 3° la réflexion dans un miroir plan d'une droite parallèle au plan de ce miroir est elle-même parallèle à cette droite; 4° Enfin, la réflexion d'une figure plane dans un miroir plan est une seconde figure égale à la figure réfléchie, et située dans un plan qui passe par l'intersection du plan de cette figure avec le plan du miroir, et qui fait avec ce second plan un angle égal à celui sous lequel il est rencontré par le premier.

Cela posé, lorsque l'on veut obtenir la perspective de la réflexion d'une droite connue de position dans un miroir aussi connu de position, on conçoit par cette droite un plan perpendiculaire à celui du miroir; on cherche le point évanouissant des droites situées dans ce plan, et qui rencontrent son intersection avec le plan du miroir sous un angle égal à celui que fait la droite originale avec cette intersection; puis on construit la perspective du point de rencontre de cette droite originale avec le plan du miroir; et par là on obtient deux points de la perspective cherchée, qui se trouve ainsi complètement déterminée quant à sa direction. En second lieu, lorsque l'on veut obtenir la perspective des réflexions dans un même miroir de plusieurs droites situées dans un même plan, on conçoit un plan conduit par l'intersection du plan de ces droites avec le plan du miroir, et qui fasse avec le second de ces deux plans un angle égal à celui sous lequel celui-ci est rencontré par le premier, et l'on détermine la ligne de fuite de ce plan. Les points évanouissants des réflexions cherchées,

doivent se trouver sur cette ligne de fuite; mais chacun d'eux est aussi sur la ligne de fuite d'un plan mené par la droite originale correspondante et perpendiculaire à celui du miroir: il ne reste donc plus, pour connaître entièrement la direction de chacune des réflexions perspectives cherchées, qu'à construire la perspective du point de rencontre de chacune des droites réfléchies avec le plan du miroir. D'après cela, lorsque l'on a les points évanouissants des réflexions dans un même miroir de deux systèmes de droites parallèles entre elles, et que l'on veut obtenir la perspective de la réflexion, dans ce miroir, d'un point original connu de position, on conçoit par ce point deux droites qui fassent partie de ces systèmes, et l'on construit les réflexions perspectives de ces droites: la perspective cherchée, devant se trouver sur chacune de ces deux réflexions, est à leur point de rencontre. Enfin, lorsque l'on veut construire la réflexion perspective d'une figure plane, on construit successivement les réflexions d'un nombre suffisant des points de son contour, ou, après avoir construit les réflexions d'une certaine partie seulement de ces points, on achève l'opération en construisant par leur moyen, et suivant les procédés que nous avons exposés dans les chapitres III et IV, la perspective d'une figure égale à la figure originale réfléchie.

Ces notions générales étant établies, nous passerons maintenant à l'examen des différentes positions que le plan du miroir original peut occuper par rapport au tableau, en commençant par nous occuper des réflexions produites à la surface de l'eau, ce qui comprendra le cas où le miroir original est horizontal.

152. *Des réflexions produites à la surface de l'eau.* (Fig. 122.)

Ayant déterminé en MNO la perspective de la section des plans verticaux représentés en NA et NF par la surface de l'eau, on prolonge la droite verticale BN jusqu'en B' , faisant NB' égale à NB , et par le point B' on mène les deux droites $B'A'$ et $B'F'$, l'une perspective parallèle à AB , l'autre géométriquement parallèle à FB , et qui sont les réflexions perspectives des droites originales (AF) et (FB), puisque, celles-ci étant parallèles à la surface de l'eau, leurs réflexions leur sont parallèles, et que, d'ailleurs, la droite $B'F'$ est ici la perspective d'une horizontale parallèle au tableau.

Par les points g, h, k, l , on mène des verticales indéfinies; on mène par 1 la droite 1-2 perspective parallèle aux droites hk et fb , et terminée sur AB ; on abaisse la verticale 2-3 terminée sur MN , et l'on mène par 3 une parallèle perspective aux lignes hk et fb . On prend les distances $4-k'$, $4-f'$ et $4-m'$ respectivement égales aux distances $4-k$, $4-f$ et $4-m$. On mène par m' la droite $G'H'$ perspective parallèle à GH , et qui est la réflexion de cette ligne; et par le point de rencontre de la droite $G'H'$ avec la verticale HH' , on mène la droite $H'K'$ parallèle à HK , et qui est la réflexion de cette droite. On mène par les points k' et f' les droites $f'b'$ et $k'h'$ per-

perspectivement parallèles aux droites fb et kh et terminées sur la verticale bb' aux points b' et h' ; et par ces derniers points et par le point k , on mène des droites perspectivement parallèles aux droites kg , ab et hl , et terminées, les deux premières sur la verticale aa' et la dernière sur la verticale gg' ; ce qui donne la figure $a'b'f'g'k'h'l'$ pour la réflexion du solide $abfgkhl$.

On mène par le point p la verticale $p-5$; par le point s et par le point 5 , on fait passer une droite que l'on prolonge jusqu'à la rencontre de la droite AB ; on abaisse la verticale BN terminée sur la droite MN , et l'on mène par N la droite $N-6$ perspectivement parallèle à $B-5$. On prend $6-p'$ égale à $6-p$; on mène par les points n , r et s des droites verticales sur lesquelles on porte au dessous de leurs points de rencontre avec la ligne $N-6$ des distances respectivement égales à celles des points n , r , s à cette ligne, ce qui construit le rectangle perspectif $n'p's'r'$, pour la réflexion du rectangle $nprs$; puis par les points s' , r' et n' on mène des parallèles perspectives aux droites st , rq et mn ; et des points t , q et m on abaisse des verticales qui, par leurs intersections avec ces parallèles, donnent les points t' , q' , et m' pour les réflexions des points t, q, m , ce qui achève la réflexion du solide $mnpqgrst$.

Enfin, par les points c et o , centres des parties de circonférence uvz et xy qui sont ici les perspectives de deux cintres parallèles au tableau, on mène une droite que l'on prolonge d'une part jusqu'à la rencontre de la ligne d'horizon en E , et de l'autre jusqu'à la rencontre de la ligne BF en γ . On trace la verticale $\gamma-8$ terminée sur $B'F'$; par le point 8 et le point E ; on fait passer une droite on mène par les points o et c les verticales oo' et cc' terminées sur la ligne $8-E$; on mène par les points c' et o' les droites $c'v'$ et $o'x'$ parallèles à la ligne uv , et par les points x et v les droites verticales xx' et vv' ; et des points c' et o' , comme centres, avec les rayons respectifs $c'v'$ et $o'x'$, égaux aux rayons cv et ox , on décrit les parties de circonférence $v'x'u'$ et $x'y'$ qui sont les réflexions des deux cintres vzu et xy .

Remarque. Après avoir déterminé, suivant ce que nous avons dit plus haut, les réflexions des points f et k , on aurait pu obtenir celles des points b et h , en prolongeant la ligne $3-4$, et prenant, sur la verticale bb' , et à partir de son point de rencontre avec cette ligne, des distances égales à celles des points b et h à ce point de rencontre; et, en opérant ensuite de même à l'égard des réflexions des points l , a et g , on aurait pu construire la réflexion du solide $abfgkhl$ sans le secours du point évanouissant des arêtes ab et lh de ce solide.

153. Des réflexions dans un miroir plan parallèle au tableau. (Fig. 153.)

Afin d'abréger, nous prévenons une fois pour toutes que, dans cette figure et dans les cinq qui suivent, les lettres M , N , O , seront toujours affectées à la désignation de la perspective du miroir.

On prolonge les droites AM et BN et leurs parallèles perspectives jusqu'au point principal C , et, par les intersections de ces droites prolongées avec une droite menée du point M à l'un des points de distance, on mène des parallèles à la base du tableau. Les carreaux perspectifs qui se trouvent ainsi construits au-delà de la ligne MN sont la réflexion des carreaux originaux représentés en deçà de cette ligne; car les côtés de ces carreaux qui sont perpendiculaires au tableau étant aussi perpendiculaires au miroir se réfléchissent suivant leurs prolongements, et d'ailleurs la réflexion de ces mêmes carreaux doit être une autre suite de carreaux.

Pour avoir la réflexion du solide P , on mène par a la droite aa' dirigée au point principal; on prolonge la droite af jusqu'à l'horizon en E ; on prend la distance CE' égale à CE ; par le point de rencontre de la droite af prolongée avec la ligne MN et par le point E' on fait passer une droite; au point de rencontre de cette droite avec aa' on élève la verticale $a'g'$ terminée à la rencontre d'une droite menée par le point g et par le point principal; on mène par g' une droite dirigée au point E' ; enfin on prolonge la ligne ab jusqu'à la rencontre de la ligne MN aussi prolongée, on élève la verticale $2-3$, on prolonge la droite gh , puis, par le point a' et le point 2 , et par le point g' et le point 3 , on fait passer des droites; ces droites achèvent la partie visible de la réflexion cherchée.

En effet, la droite originale (af) et sa réflexion devant faire avec un plan parallèle au tableau, et de part et d'autre de ce plan, des angles égaux, leurs perspectives doivent être dirigées à deux points de l'horizon équidistants du point principal, et il en est de même des perspectives de la droite (gh) et de sa réflexion. En second lieu, la verticale originale (ag) se réfléchit en une droite aussi verticale et qui lui est égale, donc la perspective de cette réflexion est la droite $a'g'$. Enfin les réflexions des droites originales (ab) et (gh) doivent passer par les points de rencontre de ces droites avec le plan du miroir, or ces points ont leurs perspectives aux points 2 et 3 .

Remarque. Si l'on prolonge les droites ab et gh jusqu'à leur point évanouissant, et que l'on prenne, sur l'horizon et à gauche du point principal, une distance égale à celle de ce dernier point à ce point évanouissant, l'extrémité de cette distance sera le point évanouissant des réflexions des droites (ab) et (gh); et, par conséquent, on pourra se dispenser de construire les perspectives des points de rencontre de ces droites avec le plan du miroir.

154. Des réflexions dans un miroir vertical perpendiculaire au tableau.
(Fig. 124.)

On prolonge indéfiniment la droite AN et ses parallèles, on prend, à partir de N sur le prolongement de AN , des divisions égales à celles de cette droite, et par

tous les points ainsi déterminés on mène des droites verticales et des droites dirigées au point principal; ces droites forment, avec les prolongements de la droite AN et de ses parallèles, des carreaux perspectifs qui sont les réflexions des carreaux tracés sur le plan vertical Y et sur le plan horizontal X .

Pour avoir la réflexion du solide P , on prend la distance $1-a'$ égale à $1-a$, on élève la verticale $a'h'$ géométriquement égale à ah , on répète cette construction à l'égard de chacune des arêtes bk, fl et gm ; les droites $a'h', b'k'$, etc., sont les réflexions des arêtes ah, bk , etc., et déterminent entièrement la réflexion cherchée.

Remarque. L'arête originale (ag) et sa réflexion devant faire avec un plan perpendiculaire au tableau, et de part et d'autre de ce plan, des angles égaux, leurs perspectives doivent encore être dirigées à deux points de la ligne d'horizon équidistants du point principal, et il en est de même des autres arêtes horizontales du solide P et de leurs réflexions; ce qui fournit un moyen de vérifier l'exactitude de l'opération.

155. *Des réflexions dans un miroir vertical oblique.* (Fig. 125, pl. XXIV.)

Soit C le point principal, et soit CD la distance portée sur une perpendiculaire à l'horizon menée par ce point.

On prolonge la droite MN jusqu'à la ligne d'horizon en E , et l'on mène la droite ED ; puis on fait l'angle $E'DE$ égal à l'angle EDC , et l'angle EDE'' égal à l'angle DEC , et l'on mène, par les points où la droite AB et ses parallèles perspectives rencontrent la ligne MN , des droites dirigées au point E' , et, par les points où la droite FG et ses parallèles rencontrent cette même ligne, des droites dirigées au point E'' . Les carreaux formés par ces différentes droites sont les réflexions des carreaux formés par la droite AB et ses parallèles perspectives avec la droite FG et ses parallèles.

En effet, les originaux de ces derniers carreaux, étant tracés sur un plan horizontal, et par conséquent perpendiculaire à celui du miroir, se réfléchissent en une suite de carreaux tracés dans le même plan; mais la droite originale (AB) et ses parallèles font, avec le plan du miroir, des angles égaux à l'angle EDC (36), et leurs réflexions, devant faire le même angle avec ce plan, ont pour point évanouissant le point E' ; en second lieu, la droite originale (FG) et ses parallèles font, avec le plan du miroir, des angles égaux à l'angle DEC , et leurs réflexions, devant faire avec ce plan des angles aussi égaux à ce dernier, ont pour point évanouissant le point E'' .

Pour avoir la réflexion du solide P , on mène par le point a deux droites, l'une parallèle à la base du tableau, et l'autre dirigée au point principal; par les points de rencontre de la ligne MN avec ces droites, qui font ici partie des lignes tracées

pour former les carreaux, on mène les droites $1-a'$ et $3-a'$ dirigées, la première au point E'' et la seconde au point E ; par le point de rencontre de ces droites on élève une verticale indéfinie; puis on mène par g une droite parallèle à $a-1$, on élève la verticale $1-2$ terminée sur cette droite, et l'on mène par 2 une droite dirigée au point E'' , qui détermine, sur la verticale élevée par a' , la partie $a'e'$ perspective égale à ag autres arêtes verticales telles que bf , ce que nous avons pensé pouvoir nous dispenser d'indiquer sur la figure, parce que l'on y suppléera facilement; et l'on obtient par là les réflexions de ces arêtes, ce qui achève de déterminer la réflexion cherchée.

Autrement, ayant déterminé comme nous venons de le dire la réflexion de l'arête ag , on prolonge les lignes ab et gf jusqu'à l'horizon en e ; on mène la droite eD , on fait l'angle EDe' égal à l'angle EDe , et l'on mène les droites $d'e'$ et $g'e'$; on trace par b une droite parallèle à la base du tableau; du point de rencontre de cette droite avec MN , on mène une droite au point E'' , et par le point de rencontre de cette droite avec $a'e'$ on élève une verticale terminée sur $g'e'$; puis on détermine pareillement le point évanouissant des réflexions de l'arête al et de ses parallèles, et par les points a', g' et f' , on mène des droites dirigées à ce point; ce qui achève la partie visible de la réflexion cherchée.

156. *Des réflexions dans un miroir incliné dont le plan est perpendiculaire à celui du tableau.* (Fig. 126, pl. XXIII.)

On fait l'angle OML' égal à l'angle OML ; par les points où la droite LM et ses parallèles rencontrent la droite MN ou son prolongement, on mène des parallèles à la droite ML ; puis on prend sur la dernière de ces parallèles les parties $1-3$, $3-4$, etc., géométriquement égales à $1-2$, et par les points 3 , 4 , etc., on mène des droites dirigées au point principal; les carreaux ainsi formés sont la réflexion des carreaux formés par la droite LM et ses parallèles avec les parallèles perspectives à MN .

En effet, la droite LM et ses parallèles représentent des droites parallèles au tableau, et par conséquent, les plans conduits par ces droites originales et perpendiculaires à celui du miroir, seraient parallèles au plan du tableau; mais les réflexions de ces droites originales seraient situées dans ces plans, et seraient par conséquent parallèles au tableau; donc les perspectives de ces réflexions doivent être parallèles entre elles. D'ailleurs ces mêmes réflexions originales feraient, avec le plan du miroir, des angles égaux à ceux des droites originales avec ce plan: or ces derniers angles sont égaux à l'angle LMO (la droite MO étant, comme la représente la figure, la perspective de la section du miroir par un plan parallèle au tableau); donc

les perspectives de ces réflexions doivent être parallèles à la ligne ML' . En second lieu, la droite $F-2$ et ses parallèles perspectives représentent des droites parallèles au plan du miroir, et par conséquent les réflexions de ces droites originales leur seraient parallèles. Enfin, la grandeur originale (1-2) et sa réflexion seraient leurs perspectives doivent être aussi égales entre elles.

Pour avoir la réflexion du solide P , on mène arbitrairement la droite FG perpendiculaire à la base du tableau et terminée sur MO , on prend la distance MF égale à MF , et par les points G et F' on fait passer une droite. Cela fait on mène par a une parallèle à la base du tableau, et par le point de rencontre de cette parallèle avec la ligne MN , ou avec son prolongement, on mène une parallèle à la droite ML' ; on prend la distance $5-a'$ géométriquement égale à $5-a$, et par le point a' on mène la droite $a'g'$ parallèle à $F'G$ et géométriquement égale à ag ; puis on opère de même à l'égard de chacune des autres arêtes verticales telles que bh et fk (le solide P est supposé ici avoir pour base un carré dont deux côtés soient représentés l'un en ab , l'autre en af). Les droites $a'g'$, $b'h'$ etc., sont les réflexions de l'arête ag et de ces autres arêtes, et déterminent la réflexion cherchée; ce que l'on démontrera sans peine d'après ce que nous avons dit à l'égard de la réflexion des carreaux, et en observant que, par suite de la construction faite en premier lieu, on a l'angle MGF' égal à l'angle MGF .

157. *Des réflexions dans un miroir incliné dont la ligne de fuite est parallèle à la ligne d'horizon.* (Fig. 127.)

Soit EE' la ligne de fuite du plan du miroir, soit C le point principal, et soit CD la distance principale.

On mène par le point principal une perpendiculaire indéfinie à la ligne d'horizon; par le point D et par le point C , intersection de cette perpendiculaire avec la ligne de fuite EE' , et centre de cette ligne de fuite, on fait passer une droite; par ce même point D on mène la droite indéfinie CDx , de telle sorte que l'angle xDC soit double de l'angle CDC ; et, par le point de rencontre de cette droite avec la droite $C'C$, on mène une parallèle à la ligne d'horizon. Cette parallèle est la ligne de fuite du plan de réflexion des droites horizontales; car ces plans doivent faire avec le plan horizontal un angle double de celui qui mesure l'inclinaison du plan du miroir : or celui-ci est égal à l'angle CDC .

Cela posé, des points de rencontre des droites AM et BN et de leurs parallèles perspectives avec la ligne MN , ou avec son prolongement, on mène des droites au point c ; puis, prenant la distance cd égale à cD , on mène une droite du point N au point d , et, par les intersections de cette droite avec la ligne Mc et avec ses parallèles

perspectives, on mène des droites parallèles à la ligne MN , ou à la ligne d'horizon. Les carreaux ainsi construits sont les réflexions des carreaux formés par la droite AM et ses parallèles perspectives avec les parallèles à la ligne MN ; car le point évanouissant des réflexions des droites originales (AM) et (BN) et de leurs parallèles doit être à l'intersection de la ligne de fuite cd avec la ligne de fuite des plans menés par les carreaux et perpendiculaires au plan du miroir; ou, si l'on veut, la ligne de fuite est la ligne cC' : en second lieu, les droites représentées par les parallèles à la ligne MN étant en même temps parallèles au plan du miroir et à celui du tableau, les réflexions de ces droites sont aussi parallèles et seraient parallèles au tableau; d'où il suit que leurs perspectives doivent être parallèles à la ligne MN : de plus, les divisions représentées en 1-2, 2-3, etc., seraient égales à ces divisions; or le point d étant l'un des points de distance de la ligne de fuite cd (104), les divisions successives 1-4, 4-5, etc., sont en effet perspectivement égales entre elles et aux divisions 1-2, 2-3, etc.

Pour avoir la réflexion du solide P , on mène par a la droite $a-6$ dirigée au point principal, et, du point d'intersection de cette droite avec la ligne MN , on mène une droite au point e . On mène par ce même point a la droite $a-7$ dirigée au second point de distance horizontal, et qui, dans cet exemple, se confond avec l'arête ab , et, par le point de rencontre de cette droite avec la ligne MN , on mène la droite $7-a'$ dirigée au point d . Par le point C' et le point 6 on fait passer une droite indéfinie; on prolonge l'arête ag jusqu'à la rencontre de cette droite en 8, on joint le point a' au point 8, on mène par g la droite $g-9$ dirigée au point principal, et, par le point de rencontre de cette droite avec la ligne 6-8, on mène la droite $9-g'$ dirigée au point c . La droite $a'g'$ est la réflexion de l'arête ag , car, d'après ce que nous avons démontré à l'égard de la réflexion des carreaux, le point a' est la réflexion du point a ; mais le point 8 est visiblement la perspective du point de rencontre du plan du miroir avec l'arête originale (ag) prolongée, et par conséquent ce point appartient à la réflexion perspective de cette arête; d'ailleurs le point 9 est la perspective du point où le plan du miroir serait rencontré par la droite représentée en $g-9$, et, par conséquent, la ligne $9-g'$ est la réflexion perspective de cette droite, et doit contenir la réflexion du point g . Cela posé, on opère de même à l'égard de chacune des autres arêtes verticales, telles que bf , et par là on obtient les réflexions de ces arêtes qui achèvent de déterminer la réflexion cherchée.

158. Des réflexions dans un miroir incliné suivant une direction quelconque. (Fig. 128.)

Soit C le point principal, soit CD ou CD' la distance principale, et soit EE' la ligne de fuite du plan du miroir, ligne de fuite qui, dans cet exemple, passe

par l'un des points de distance horizontaux, ce qui n'ôte rien à la généralité de la solution.

On détermine la ligne de fuite des plans verticaux perpendiculaires à la trace horizontale du plan du miroir, ligne de fuite qui, dans cet exemple, est la droite EX menée par le second point de distance horizontal et perpendiculaire à la ligne d'horizon; on prend la d et par le point d'intersection de la ligne EX avec la ligne de fuite du plan du miroir, on fait passer une droite qui donne l'angle DdE ou xdy , pour l'angle d'inclinaison du plan du miroir par rapport au plan horizontal.

Cela fait, on mène par d la droite dZ qui fasse l'angle Ddz double de DdE , ou l'angle ydZ double de xdy ; et, par le point d , et par le point d'intersection des droites dZ et $D'X$ suffisamment prolongées, on fait passer une droite. Cette droite VDd' est la ligne de fuite du plan de réflexion des droites horizontales; car ce plan devant contenir la trace horizontale du plan du miroir, sa ligne de fuite doit passer par le point D , et d'ailleurs l'angle d'inclinaison de ce plan par rapport au plan horizontal doit être double de l'angle d'inclinaison du plan du miroir, et par conséquent double de l'angle xdy ou DdE ; d'où il suit que le point de rencontre des droites dZ et $D'X$ est un second point de cette ligne de fuite (103).

Enfin, on mène par le point d la droite dE'' perpendiculaire sur dE ; par l'intersection de cette droite avec la ligne EX , on mène la droite $E''E'$ parallèle à la ligne d'horizon; et, des points de rencontre de la droite AM et de ses parallèles avec la ligne MN , ou avec son prolongement, on mène des droites au point de rencontre de cette parallèle $E''E'$ avec la ligne de fuite VD . Puis, par cette même intersection des droites dE'' et $D'X$, et par le point principal, on fait passer une droite; et, des points de rencontre de la droite FG et de ses parallèles perspectives avec la ligne MN , ou avec son prolongement, on mène des droites au point d'intersection des lignes VD et $E''C$ suffisamment prolongées. Les carreaux ainsi construits sont la réflexion des carreaux formés par la droite AM et ses parallèles, avec la droite FG et ses parallèles perspectives; car, à cause de dE'' perpendiculaire sur dE , le point E'' est le point évanouissant des droites perpendiculaires au plan du miroir (105); d'où il suit, 1° que la droite $E''E'$ est la ligne de fuite des plans perpendiculaires au plan du miroir et menés par la droite originale (AM) et ses parallèles (103, rem. II), et, par conséquent, contient le point évanouissant des réflexions de ces droites (151); 2° que la droite $E''C$ est la ligne de fuite des plans perpendiculaires au plan du miroir et menés par la droite originale (FG) et ses parallèles, et doit, par conséquent, contenir le point évanouissant des réflexions de ces droites.

Pour avoir la réflexion du solide P , on mène par le point a deux droites, l'une parallèle à la base du tableau, l'autre dirigée au point principal, droites qui font ici partie de celles qui forment les carreaux; et par les points de rencontre de ces droites avec la ligne MN , on mène les droites Ga' et Na' dirigées, la première au point e , et la seconde au point e' . On mène par G une droite parallèle à la ligne de fuite EE' , on prolonge l'arête ag jusqu'à la rencontre de cette parallèle en 1 , et par les points 1 et a' on fait passer une droite. Enfin on mène par g une parallèle à la base du tableau, et, par le point de rencontre de cette parallèle avec la ligne $G-1$, on mène la droite $2-g'$ dirigée au point e et terminée sur $a'-1$. La droite $a'g'$ est la réflexion de l'arête ag ; car, d'après ce que nous avons démontré à l'égard de la réflexion des carreaux, le point a' est la réflexion du point a ; mais le point 1 est la perspective du point de rencontre du plan du miroir avec l'arête originale (ag) prolongée, et, par conséquent, ce point appartient à la réflexion perspective de cette arête; d'ailleurs le point 2 est la perspective du point où le plan du miroir serait rencontré par la droite représentée en $g-2$, et, par conséquent, la ligne $2-g'$ est la réflexion perspective de cette droite, et doit contenir la réflexion du point g . Cela posé, on opère de même à l'égard de chacune des autres arêtes verticales telles que bf , et par là on obtient les réflexions de ces arêtes qui achèvent de déterminer la réflexion cherchée.

Remarque. Le point évanouissant des réflexions de la droite originale (AM) et de ses parallèles, et celui des réflexions de la droite originale (FG) et de ses parallèles peuvent être déterminés autrement que nous ne l'avons fait, et sans le secours de la ligne de fuite VD . En effet, suivant ce que nous avons dit, la droite $E''E'$ est la ligne de fuite des plans perpendiculaires au plan du miroir, et menés par la droite originale (AM) et ses parallèles; et, par conséquent, le point E' , intersection de cette ligne avec la ligne de fuite du plan du miroir, est le point évanouissant des intersections de ces plans avec le miroir. Cela posé, les réflexions de la droite (AM) et de ses parallèles doivent faire, avec cette intersection, des angles égaux à ceux que ces droites forment avec elle: or si, par le point principal, on mène une perpendiculaire indéfinie CC' à la ligne de fuite $E''E'$, le point C sera le centre de cette ligne de fuite; et, si l'on prend la distance $C'd'$ égale à celle de cette même ligne de fuite, et que l'on mène la droite $E'd'$, l'angle $C'E'd'$ sera égal à l'angle de la droite (AM) et de ses parallèles avec les intersections du plan du miroir et des plans dont nous venons de parler (104); si donc on mène la ligne $d'e$, de telle sorte que l'angle $ed'E'$ soit égal à l'angle $d'E'e$, le point d'intersection de cette ligne avec la ligne de fuite $E''E'$ sera le point évanouissant des réflexions de ces droites. En outre, nous avons dit aussi que la ligne $E''Ce'$ est la ligne de fuite des plans perpendiculaires au plan du miroir, et menés par la droite originale (FG) et ses paral-

lèles; d'où il suit que le point E''' , intersection de cette ligne de fuite avec celle du plan du miroir, est le point évanouissant des intersections de ce dernier plan avec ceux dont nous venons de parler; mais la ligne de fuite $E''Ce'$ passant par le point principal, son centre est ce point lui-même, et sa distance est égale à la distance principale: si donc on mène par C une droite Cd'' perpendiculaire à cette ligne $E''Ce'$, et d'une grandeur égale à la distance principale CD , et que l'on mène une droite du point E''' au point d'' , l'angle $Cd''E'''$ sera égal aux angles formés par la droite (FG) et ses parallèles avec les intersections du plan du miroir et des plans menés par ces droites, et perpendiculaires à ce dernier; et, par conséquent, si l'on fait l'angle $E'''d''e'$ égal à l'angle $Cd''E'''$, le point de rencontre de la droite $d'e'$ avec la ligne de fuite $E''Ce'$, sera le point évanouissant des réflexions de ces droites.

En second lieu, on peut aussi déterminer aisément le point évanouissant des réflexions des arêtes (ag , al , ab) du solide P . En effet, la ligne EX étant la ligne de fuite des plans verticaux perpendiculaires à celui du miroir, le point E , intersection de cette droite avec la ligne de fuite de ce dernier plan, est le point évanouissant des droites suivant lesquelles il est rencontré par les premiers, et la distance Dd ayant déjà été prise égale à la distance de la ligne de fuite EX , l'angle dED' est égal à l'angle des droites verticales avec ces droites d'intersection; si donc on fait l'angle Ede'' égal à l'angle dEd' , le point de rencontre de la droite de'' avec la ligne de fuite EX sera le point évanouissant des réflexions de toutes les droites verticales. Quant au point évanouissant des réflexions de l'arête horizontale (al) et de ses parallèles, il doit être en même temps sur la ligne de fuite FD et sur celle des plans menés par cette arête, et perpendiculaires à celui du miroir: or, l'arête al étant dirigée dans cet exemple au point D' , cette seconde ligne de fuite est la ligne $D'X$ elle-même; d'ailleurs ce point évanouissant doit être aussi sur une droite menée par le point d , de manière à faire avec dx un angle double de l'angle yxz , droite qui se confondrait avec la ligne dZ . Et quant au point évanouissant des réflexions de l'arête (ab) et de ses parallèles, il est ici le même que celui de ces droites, puisque celles-ci sont parallèles au plan du miroir, et, par conséquent, il est au point de distance D .

Enfin nous ferons encore remarquer qu'ayant, au point D et à l'intersection des lignes $D'X$ et dZ , les points évanouissants des réflexions des deux systèmes de diagonales des carreaux, on peut prolonger autant qu'on le veut la réflexion de ces carreaux, sans être dans la nécessité de tracer d'abord leur perspective; et que plus généralement on peut, à l'aide des méthodes que nous venons de développer, construire la perspective des réflexions dans un miroir plan d'un objet quelconque connu de position par rapport à ce miroir, sans s'assujettir à tracer d'abord la perspective de cet objet, en observant seulement que, si la position du miroir par rapport au tableau est telle que nous l'avons supposée à la figure 126, les droites perpendiculaires au plan

du miroir n'auront plus de point évanouissant, et devront avoir leurs perspectives parallèles entre elles et perpendiculaires à la ligne de fuite de ce plan; en sorte que les lignes de fuite des plans perpendiculaires à ce même plan devront être aussi parallèles à ces perspectives, et par conséquent perpendiculaires à cette même ligne de fuite.



NOTES ET ADDITIONS.

1. Sur la perspective des contours apparents des surfaces courbes.

159. La perspective de toute surface courbe a pour limite une courbe qui est la perspective d'une autre courbe de cette surface à laquelle on donne, suivant ce que nous avons déjà dit, le nom de *contour apparent*. Or, cette seconde courbe est la suite des points de contact de la surface originale avec les plans tangents qui lui seraient menés par l'œil, ou la ligne de contact de cette surface et d'un cône dont le sommet est à l'œil, et sa perspective n'est autre chose que la section de ce cône tangent par le tableau. D'après cela, il est aisé de voir que, si l'on construit les perspectives de la ligne génératrice de la surface originale considérée dans toutes ses positions, et que l'on trace une courbe qui touche à la fois toutes ces perspectives, cette courbe sera précisément la limite dont nous venons de parler.

Ce procédé de construction est en général d'une exactitude suffisante pour la pratique; mais, lorsque la surface originale est de révolution, on peut suivre des méthodes aussi simples, et propres à faire connaître avec plus de précision les différents points de la limite perspective cherchée.

160. Lorsqu'une surface conique est tangente à une autre surface, un plan tangent à la première est aussi tangent à la seconde; le contact du plan et du cône se fait suivant une arête de ce cône, et l'intersection de cette arête et de la ligne commune au cône et à la surface détermine le point de contact de cette dernière et du plan; et la même chose a lieu lorsque l'on substitue à la surface conique une surface cylindrique.

Cela posé, qu'on imagine, par un point quelconque d'une surface de révolution, deux plans, l'un perpendiculaire à l'axe, et l'autre passant par l'axe; la section faite par le premier plan sera un cercle, et la section faite par le second sera une courbe méridienne ou égale à la courbe génératrice: la tangente à cette courbe menée par le point de rencontre des deux sections rencontrera l'axe de révolution en un point, et ce point sera le sommet d'un cône droit, tangent à la surface, et qui aura pour base la section circulaire; en sorte qu'il n'y a aucun cercle de la surface que l'on ne puisse regarder comme la courbe de contact de cette surface et d'un cône droit qui aurait son sommet sur l'axe. Or, si l'on considère en particulier l'un de ces cônes droits, et que l'on conçoive par l'œil deux plans qui lui soient tangents, les arêtes de contact sur ce cône auront pour perspectives les tangentes à l'ellipse perspective de sa base circulaire menées par la perspective de son sommet (75, note); et les points de contact de ces tangentes

Une surface de révolution est celle que l'on peut regarder comme engendrée par le mouvement d'une courbe plane tournant autour d'une droite fixe située dans son plan, et qu'on nomme axe de la surface.

avec cette base perspective seront les perspectives de deux des points de la courbe de contact de la surface avec la suite des plans tangents qui lui seraient menés par l'œil.

En second lieu, une section méridienne quelconque d'une surface de révolution étant considérée comme la base d'un cylindre dont les arêtes sont perpendiculaires au plan de cette section, ce cylindre est tangent à la surface. Mais, si l'on conçoit par l'œil deux plans tangents à ce cylindre, les arêtes de contact auront pour perspectives les tangentes à la perspective de la section qui lui sert de base menées par le point évanouissant des droites perpendiculaires au plan de cette section. Les points de contact de ces tangentes avec la perspective de la section appartiendront donc encore à la perspective de la courbe de contact de la surface avec la suite des plans tangents qui lui seraient menés par l'œil.

161. Appliquons ces considérations générales à un exemple, et proposons-nous de construire la perspective du contour apparent de la surface du tore, surface que l'on peut regarder comme engendrée par la révolution d'une demi-circonférence tournant autour d'un axe parallèle à son diamètre.

162. Soit ab (fig. 129) la perspective de l'axe de la surface, que, pour plus de simplicité, nous supposons vertical; soit mnr la perspective de la demi-circonférence génératrice considérée dans un plan parallèle au tableau, et soit CD la ligne de fuite des plans perpendiculaires à l'axe, c'est-à-dire ici la ligne de fuite des plans horizontaux.

Ayant construit le rectangle $mpqn$ et la courbe $m-4-lk$, perspective de la circonférence horizontale à laquelle se termine la surface du tore, on mène arbitrairement les deux droites $b-1$ et $a-2$ perspectivement parallèles entre elles; on fait les parties $b-1$ et $b-5$ perspectivement égales, la première à bq , la seconde à bn ; on achève le rectangle perspectif $1-2-3-4$, et l'on inscrit dans ce rectangle la demi-circonférence perspective $3-5-4$ qui est la perspective de l'une des sections méridiennes du tore. On répète cette construction un nombre suffisant de fois, puis on trace une courbe qui touche à la fois la demi-circonférence mnr , et toutes les sections perspectives telles que $3-5-4$; cette courbe est la perspective du contour apparent de la surface du tore.

Autrement, prenant sur la demi-circonférence mnr un point à volonté comme 6, on mène par ce point une tangente à cette demi-circonférence que l'on prolonge jusqu'à sa rencontre s avec l'axe ab aussi prolongé; on trace en $6-7-8$ la perspective de la section circulaire du tore qui passe au point (6), puis on mène du point s deux tangentes à la courbe $6-7-8$; les points de contact 8 et o appartiennent à la perspective cherchée dont on détermine ainsi successivement autant de points qu'on le juge convenable.

Ou bien encore, ayant construit, suivant ce que nous avons dit en premier lieu, les perspectives d'un nombre suffisant de sections méridiennes telles que les courbes $3-5-4$, on mène à chacune de ces perspectives une tangente perspectivement perpendiculaire au plan de la section originale correspondante, et, par conséquent, à la demi-circonférence mnr une tangente qui passe par le point principal, et, à celle des courbes $3-5-4$ qui, sur la figure, est la perspective d'une section dont le plan est perpendiculaire au tableau, une tangente parallèle à la ligne de fuite CD ; les points de contact ainsi déterminés appartiennent à la perspective du contour apparent du tore.

Il est à remarquer que les droites $S-o$, $S-8$, Cr , etc., étant les intersections du tableau avec

des plans tangents à la surface du tore et menés par l'œil, ces droites doivent être tangentes à la perspective du contour apparent de cette surface; et, d'après cette considération, on peut, à l'aide d'un petit nombre de points déterminés par l'une ou l'autre des deux méthodes que nous venons d'exposer, tracer cette perspective avec une exactitude suffisante.

II. Sur la perspective des intersections de surfaces courbes.

163. Nous avons donné, aux articles 82 et 83, deux exemples des cas où l'on peut avoir à construire la perspective de l'intersection de deux surfaces courbes; nous nous proposons de généraliser ici ce que nous avons dit à cet égard.

Lorsque la génération d'une surface courbe et sa position par rapport au tableau sont complètement déterminées et connues, il existe en général certains systèmes de plans qui coupent cette surface suivant des lignes dont on peut obtenir aisément la perspective. D'après cela, toutes les fois qu'il s'agit de construire la perspective de la courbe à double courbure¹ suivant laquelle se coupent deux surfaces dont les générations et la position par rapport au tableau sont suffisamment définies, on conçoit une suite de plans placés d'une manière convenue dans l'espace, et l'on construit les perspectives des sections des deux surfaces proposées par chacun de ces plans. Les points communs aux perspectives de deux sections situées dans un même plan appartiennent à l'intersection perspective demandée; et si les perspectives de deux sections situées dans un de ces plans n'ont aucun point commun, on en conclut que, dans la partie de l'espace où s'étend ce plan coupant, les deux surfaces proposées n'ont pas de points communs.

L'élégance et la simplicité de la construction dépend du choix du système de plans coupants que l'on emploie.

Si les surfaces proposées sont des surfaces cylindriques, on devra choisir le système de plans parallèles en même temps aux génératrices des deux surfaces; car chacun de ces plans coupera ces deux surfaces suivant des droites; en sorte que les points de l'intersection perspective demandée se trouveront construits par des intersections de lignes droites.

S'il s'agissait de construire l'intersection de deux surfaces coniques, on devrait employer un système de plans menés par les sommets de ces deux surfaces; car ces plans couperaient encore chacune d'elles suivant des droites.

Pour deux surfaces de révolution dont les axes sont verticaux, le système de plans le plus avantageux est une suite de plans horizontaux; car chacun de ces plans coupe les deux surfaces en des circonférences de cercles dont les centres sont sur leurs axes respectifs.

S'il s'agissait de construire l'intersection d'un cylindre vertical et d'une sphère, question qui se présente lorsque l'on doit tracer la perspective d'une niche sphérique pratiquée dans un mur cylindrique, on pourrait choisir, pour le système de plans coupants, une suite de plans verti-

¹ « La suite de tous les points communs à deux surfaces courbes forme dans l'espace une certaine ligne courbe qui, pour des cas très particuliers, peut se trouver dans un certain plan, et n'avoir qu'une seule courbure, qui, pour des cas infiniment plus particuliers, peut devenir une ligne droite, enfin qui, pour des cas infiniment plus particuliers encore, peut se réduire à un point unique; mais qui, dans le cas général, est ce qu'on nomme une courbe à double courbure, parce qu'elle participe ordinairement des courbures des deux surfaces courbes sur chacune desquelles elle se trouve en même temps, et dont elle est l'intersection commune. » MOISSE. Le contour apparent d'une surface courbe est, en général, une courbe à double courbure.

caux qui passent par le centre de la sphère, auquel cas les sections de la sphère seraient toutes des circonférences de grands cercles, ou bien une suite de plans parallèles au tableau, auquel cas les sections de la sphère seraient des circonférences inégales, mais qui auraient toutes pour perspectives des circonférences.

S'il s'agit de construire l'intersection perspective d'une surface annulaire et d'un cône qui aient le même axe, question qui se présenterait si l'on avoit à représenter perspective-ment une voûte d'arc en tour ronde*, on devra prendre, pour le système des plans coupants, une suite de plans perpendiculaires à l'axe, ou qui passent par l'axe, parce que, dans le premier cas, les sections de la surface annulaire seront des circonférences de cercles et celles du cône des droites horizontales, et que, dans le second, les sections de la voûte annulaire seront des courbes méridiennes, tandis que celles du cône seront encore des droites horizontales.

Enfin, s'il s'agit de construire l'intersection d'une surface courbe et d'un plan quelconque connu de position, problème qui n'est qu'un cas particulier de celui que nous venons de considérer, les plans coupants, de quelque manière qu'ils soient choisis, couperont toujours le plan proposé suivant des droites, et, par conséquent, il suffira d'adopter pour le système de ces plans celui qui sera le plus propre à déterminer dans la surface courbe des sections faciles à construire perspective-ment*.

III. Sur la détermination graphique des ombres dans les dessins de perspective pour le cas où l'ombre à construire est produite par une ligne courbe, ou reçue par une surface courbe.

* 164. Les rayons lumineux qui passent par les différents points d'une ligne courbe forment la surface d'un cylindre s'ils sont parallèles entre eux, et celle d'un cône lorsqu'ils concourent tous en un point; et l'ombre de cette ligne sur une surface quelconque, n'est autre chose que la commune intersection de cette surface cylindrique ou conique et de cette seconde surface; d'où il suit que le problème de la détermination graphique des ombres dans les dessins de perspective se réduit, dans le cas le plus général, à construire l'intersection perspective de deux surfaces courbes dont l'une est toujours celle d'un cylindre ou d'un cône.

165. A l'aide de cette considération, il devient facile d'expliquer les constructions dont nous avons fait usage dans les articles 141, 142, 144, 145. En effet, l'ombre de la courbe *agbf* (fig. 113)

* La surface annulaire est la surface de révolution produite par le mouvement d'une courbe fermée autour d'un axe qui lui est extérieur.

Le cône est la surface engendrée par une droite assujettie à demeurer toujours horizontale et à s'appuyer constamment sur une droite verticale et sur une courbe située dans un plan vertical.

La voûte annulaire s'emploie en architecture pour couvrir l'espace renfermé entre deux cylindres verticaux qui ont pour sections horizontales des cercles concentriques.

La voûte conoïde s'emploie pour couvrir l'espace compris dans l'angle de deux plans verticaux.

Enfin, la voûte d'arc en tour ronde est composée d'une voûte annulaire pénétrée ou recouverte par une ou plusieurs voûtes conoïdes qui ont pour axe commun celui de la voûte annulaire.

* On reconnaît aisément que les méthodes dont nous avons fait usage dans les articles 83 et 85 sont conformes aux considérations que nous venons de développer.

sur le plan du terrain, n'est autre chose que l'intersection de ce plan et d'un cylindre de rayons lumineux auquel cette courbe sert de directrice, et la limite de l'ombre produite dans l'intérieur du cylindre supposé creux, est la courbe d'intersection de ce cylindre avec le même cylindre de rayons lumineux, dont une partie seulement pénètre dans l'intérieur du premier.

Cela posé, conformément à ce que nous avons dit dans la note précédente, on conçoit un système de plans coupants parallèles en même temps à la direction des rayons lumineux et à la génératrice du cylindre original; ces plans ont pour ligne de fuite la droite SE menée par le point évanouissant de cette génératrice et par celui des rayons lumineux, et coupent le plan de la base originale ($agbf$) en des droites dont les perspectives sont les lignes $fh - g, fg...$ dirigées, en général, au point de rencontre de la ligne de fuite de ce plan avec la ligne de fuite SE , et parallèles à cette dernière ligne de fuite dans le cas particulier où ce plan est parallèle au tableau, comme le suppose la figure. Mais, la droite $g-1$ étant la perspective de l'intersection du plan de la base originale avec le plan qui reçoit l'ombre, ces plans coupants coupent ce dernier en des droites dont les perspectives sont les droites $7-8...$ menées par les points de rencontre des droites $h-7...$ avec la ligne $g-1$, et dirigées au point de rencontre de la ligne SE avec la ligne de fuite de ce plan, point qui sur la figure est le point évanouissant E de la génératrice du cylindre. Enfin les intersections de ces mêmes plans coupants avec le cylindre des rayons lumineux qui passent par les différents points de la courbe originale ont pour perspectives les droites $h-g$ dirigées au point S . Les points $g...$ intersections des droites $h-g...$ avec les droites correspondantes $7-8...$ appartiennent donc en effet à la perspective de l'ombre de cette courbe.

En second lieu, les intersections des plans coupants dont nous venons de parler avec le cylindre original qui porte ombre, sont des arêtes de ce cylindre qui ont pour perspectives les droites $hH', gg...$ dirigées au point E , et menées par les points de rencontre des droites $fh, fg...$ avec la courbe agb ; leurs intersections avec le cylindre des rayons lumineux qui passent par les différents points de la courbe $a'g'v$, sont les droites $h'-8$ dirigées au point S , et menées par les points de rencontre de cette courbe avec les lignes $hH'...$; et leurs intersections avec la partie du premier cylindre de rayon lumineux qui pénètre dans l'intérieur du cylindre original, ont pour perspectives les droites fo ; et il résulte de là que les points 8 , intersections des lignes $h'-8$ avec les lignes correspondantes $7-8$, appartiennent à l'ombre de la courbe $a'g'v$; et que les points o , intersections des droites fo avec les droites correspondantes $hH', gg...$, appartiennent à l'ombre de la courbe afb sur la surface convexe du cylindre original.

Enfin, lorsque, le cylindre original étant creux, sa seconde base est telle que sa perspective soit la courbe $lmnp$, et qu'elle reçoive une partie de l'ombre de la courbe afb , ces mêmes plans coupants coupent cette base suivant des droites qui ont pour perspectives les lignes $lv, mu...$ menées par les points de rencontre des droites $hH', gg...$ avec la courbe $lmnp$, et dirigées au point de rencontre de la ligne de fuite SE avec celle du plan de cette base ou parallèles à la première, si ce plan est parallèle au tableau; et il résulte de là que les points $v, u...$, intersections des droites $lv, mu...$ avec les droites correspondantes fo , appartiennent à l'ombre de la courbe afb sur cette seconde base.

Suivant les constructions que nous avons indiquées en second lieu pour résoudre la même question (art. 142, fig. 114), les plans coupants sont supposés verticaux et parallèles à la direction des rayons lumineux, et les courbes telles que $a-5-6-3$ ne sont autre chose que les perspectives des sections de la surface du cylindre original par ces plans coupants.

Suivant la première des deux constructions que nous avons indiquées pour résoudre la ques-

tion traitée dans les articles 144 et 145 (fig. 116), et qui se réduit à construire l'intersection d'une surface cylindrique par le plan de rayons lumineux qui passe par la droite qui porte ombre, ou conçoit par cette droite un plan parallèle à la génératrice du cylindre, et l'on construit la perspective de l'intersection de ce plan avec celui de la base de ce cylindre, perspective qui, sur la figure, est la droite *mn*; cela fait, on imagine encore un système de plans coupants parallèles en même temps à la génératrice du cylindre et à la direction des rayons lumineux; ces plans coupent celui dont nous venons de parler suivant des droites parallèles à la génératrice du cylindre, et qui ont pour perspectives les droites *pn*, 1-2... dirigées au point évanouissant *E* de cette génératrice; ces mêmes plans coupent celui de la base originale en des droites dont les perspectives sont les lignes *nr*, 2-3... déterminées suivant ce que nous avons dit plus haut; leurs intersections avec la surface du cylindre sont des arêtes de ce cylindre dont les perspectives sont les droites *rs*, 3-4... dirigées au point *E*, et unies par les points de rencontre des droites *nr*, 2-3... avec la courbe *agbf*. Enfin, leurs intersections avec le plan des rayons lumineux qui passent par les différents points de la droite qui porte ombre, ont pour perspectives les droites *ps*, 1-4... dirigées au point évanouissant de ces rayons; et il résulte de là que les points *s*, 4... intersections de ces droites *ps*, 1-4... avec les droites correspondantes *rs*, 3-4..., appartiennent à l'intersection de ce plan et du cylindre.

166. Pour donner encore un nouvel exemple de ces méthodes, proposons-nous de construire la perspective de l'ombre d'une niche sphérique, en supposant toujours les rayons lumineux parallèles entre eux.

167. Soit *APGQB* (fig. 130) la perspective de l'ouverture de la niche que, pour plus de simplicité, nous supposons située dans un plan parallèle au tableau, soit *AFB* la perspective de sa section horizontale, soit *PJQ* la perspective de la demi-circonférence aussi horizontale à laquelle se termine la surface du cylindre vertical qui forme sa partie inférieure; enfin soit *S* le point évanouissant des rayons lumineux, et *S'* sa projection sur la ligne de fuite des plans horizontaux.

Menez en premier lieu la droite *BR* dirigée au point *S'*; et, par le point de rencontre de cette droite avec la courbe *AFB*, menez une parallèle aux droites *AB* et *PQ* terminée à la rencontre du rayon lumineux perspectif qui passe par le point *Q*. Les droites *BR* et *Rq* seront les ombres de la droite verticale *BQ* sur le plan de la section *AFB* et sur la surface cylindrique de la niche; et par conséquent il ne restera plus qu'à construire l'ombre du cintre *GQP* sur cette même surface, et sur la surface sphérique qui termine la niche.

Cela posé, menons à des hauteurs arbitraires plusieurs droites *MN*, *LI*, *HK*, parallèles aux droites *AB* et *PQ*, et par les points *M*, *N*, *L*, *I*, *H*, *K*, menons des parallèles aux droites *AP* et *BQ*. Si l'on conçoit une suite de plans horizontaux dont les intersections avec le plan de l'ouverture de la niche aient pour perspectives les droites *MN*, *LI*, *HK*, les sections de la surface sphérique de la niche par ces plans seront des demi-circonférences qui se projettent sur le plan de la section *AFB*, en des demi-circonférences égales, et dont les diamètres auront pour perspectives les parties *mn*, *li*, *hk* de la droite *AB*.

Les perspectives de ces demi-circonférences étant construites, considérons sur la courbe *QCP* un point quelconque *X*, et concevons par ce point un plan vertical parallèle à la direction

des rayons lumineux. Ce plan coupera le plan des rayons lumineux qui passent par les différents points du cintre QGP , suivant une droite dont la perspective sera la ligne Xo dirigée au point S ; son intersection avec le plan de l'ouverture aura pour perspective la droite Xx parallèle aux droites AP et BQ ; son intersection avec le plan de la section AFB aura pour perspective la droite xy dirigée au point S' , et son intersection avec la surface cylindrique de la niche aura pour perspective la droite yY , parallèle aux lignes AP et BQ , et terminée sur la courbe PJQ .

* Actuellement, si la droite Xo rencontre la droite yY en un point o situé au-dessous de cette dernière courbe, ce point de rencontre sera l'ombre du point X , et appartiendra à l'ombre du cintre sur la surface cylindrique de la niche. Mais si cela n'a pas lieu, l'ombre du point X appartiendra à celle du cintre sur la surface sphérique de la niche, et, pour l'obtenir, il faudra construire la section perspective de cette surface par le plan vertical Xxy . Or, les intersections de ce dernier plan avec les plans des cercles horizontaux projetés en $m-1-n$, $l-2-i$, $h-3-k$, auront pour perspectives les droites $4-5$, $6-7$, $8-o$, dirigées au point S' ; par conséquent, si, par les points de rencontre de la droite xy avec les courbes $m-1-n$, $l-2-i$, $h-3-k$, on élève les droites verticales $3-5$, $2-7$, $1-o$, terminées, la première sur $4-5$, la seconde sur $6-7$, la troisième sur $8-o$, et que, par les points X , 5 , 7 , o , Y , on fasse passer une courbe, cette courbe sera la section perspective dont nous venons de parler; et le point o , où elle sera rencontrée par la droite Xo , sera l'ombre cherchée du point X . Si donc on répète cette construction pour un certain nombre d'autres points du cintre PGQ , et que par tous les points o construits de cette manière on fasse passer une courbe, cette courbe sera l'ombre perspective du cintre dans l'intérieur de la niche*.

IV. De la perspective des ombres des surfaces courbes.

168. Suivant ce que nous avons déjà dit, la ligne qui, sur une surface courbe, sépare la partie éclairée de la partie privée de lumière, est la suite des points de contact de cette surface avec les plans tangents que l'on peut lui mener par le point lumineux ou parallèlement à la direction des rayons lumineux; ou, en d'autres termes, cette limite est la ligne de contact de la surface éclairée avec une surface de rayons lumineux qui lui est tangente, et qui est celle d'un cône ou d'un cylindre, suivant que ces rayons émanent d'un point unique ou sont parallèles entre eux. D'après cela, la recherche de cette limite offre une analogie remarquable avec celle de la ligne qui forme la contour apparent d'une surface courbe. En effet, traitées par la méthode de la géométrie descriptive, ces deux recherches donnent lieu à des constructions entièrement semblables; mais, dans les opérations de perspective, elles se distinguent l'une de l'autre en ce que, la perspective du point lumineux étant connue, on connaît où l'on peut construire les perspectives de tous les rayons lumineux que l'on a à considérer, tandis que les perspectives de toutes les droites qui passent par l'œil, se réduisant à un point unique, ne peuvent, en général, être d'aucun secours dans les opérations: aussi la méthode que nous allons exposer pour ce dernier problème se rapproche-t-elle plus de celle que nous avons donnée dans la note II, pour les intersections des surfaces courbes, que de celle qui a été développée dans la note I, pour la perspective des contours apparents.

* Nous donnerons dans la note suivante le moyen de construire avec précision le point de rencontre de la courbe d'ombre et du cintre PGQ .

169. Concevons un système de plans verticaux parallèles à la direction des rayons lumineux; chacun d'eux coopera la surface éclairée suivant une courbe dont il sera toujours possible de construire la perspective; le rayon lumineux compris dans l'un de ces plans, et tangent à la section correspondante, sera tangent à la surface, et le point de contact appartiendra à la limite d'ombre et de lumière sur cette surface; mais la perspective de ce rayon devra être aussi tangente à celle de la section^{*}; si donc on mène, à chacune des sections perspectives que l'on aura construites, une tangente qui appartienne au système des perspectives des rayons lumineux, les points de contact ainsi déterminés appartiendront tous à la perspective de cette limite d'ombre et de lumière; d'ailleurs les perspectives des rayons lumineux tangents à la surface étant ainsi connues, et leurs projections horizontales, projections qui ne seront autre chose que les traces respectives des plans verticaux des sections, étant aussi connues par leurs perspectives, la recherche de la perspective de l'ombre portée de la surface rentrera dans les problèmes que nous avons déjà traités.

170. Pour rendre tout ceci plus sensible, nous l'appliquerons à la surface du tore que nous avons déjà considérée à la figure 129, en supposant encore, pour plus de simplicité, que l'axe de cette surface soit vertical, et en supposant les rayons lumineux parallèles entre eux.

171. Soit $aebfgh$ (fig. 131.) la perspective de la section du tore dont on doit construire l'ombre par un plan parallèle au tableau, les droites bg , ah étant parallèles à la base du tableau; et soit T le point lumineux et T' sa projection sur la ligne de suite des plans horizontaux.

Concevons un système de plans horizontaux dont les intersections avec le plan de la section $aebfgh$ aient pour perspectives les droites ef , li , mn , l'un d'eux étant à égale distance des deux bases du tore, et les autres étant deux à deux à égale distance de celui-ci; ces plans couperont la surface du tore en des circonférences de cercles qui se projèteront, sur le plan de sa base inférieure, en des circonférences égales, et dont les diamètres auront leurs perspectives en pq et rs .

Les perspectives de ces circonférences et celle de la base inférieure du tore étant construites, concevons un plan vertical parallèle à la direction des rayons lumineux, et qui coupe celui de la base inférieure bug suivant une droite dont la perspective soit la ligne vx (dirigée au point T'); l'intersection de ce plan avec le plan de la section $abgh$ sera la droite xy perpendiculaire aux lignes bg et ah , et ses intersections avec les plans des cercles horizontaux projetés en p, q , r, s et bug auront pour perspectives les droites yz , 1-2, 3-4, 5-6 dirigées au point T' . Cela posé, que l'on mène par les points x , y et u des droites verticales, et que, par les intersections respectives de ces verticales avec les droites yz , 1-2, 3-4, 5-6, on fasse passer une courbe; cette courbe sera la perspective de la section du tore par ce plan. Si donc on mène enfin, par le point T , une tangente à la courbe $z-4-u$, le point de contact sera l'un de ceux de la perspective de la limite d'ombre

^{*} Lorsqu'une droite est tangente à une courbe, le plan qui passe par cette droite et l'œil est tangent au cône déterminé par l'œil et la courbe, la section de ce plan par le tableau est donc aussi tangente à la section de ce cône par le tableau, et de là résulte ce théorème que nous avons déjà supposé en plusieurs occasions : Lorsqu'une droite est tangente à une courbe, la perspective de la droite est tangente à celle de la courbe.

^{**} Nous n'avons indiqué sur la figure qu'une partie de chacune de ces perspectives, afin d'éviter la confusion des lignes, et parce que cette partie suffit ici à la construction de la perspective de l'ombre visible.

et de lumière sur la surface du tore; et, par conséquent, si l'on répète cette construction un certain nombre de fois, la courbe qui passera par tous les points construits de cette manière sera cette limite perspective.

La perspective de la ligne de séparation d'ombre et de la lumière sur la surface du tore étant ainsi construite, s'il faut construire l'ombre de cette surface sur le plan de la base inférieure, on prolongera les droites ax jusqu'à la rencontre des tangentes correspondantes to ; les points de rencontre de ces droites appartiendront à la perspective de l'ombre demandée.

172. Lorsqu'il s'agit d'une surface cylindrique les constructions se simplifient. En effet, les rayons lumineux tangents à cette surface forment alors des plans qui la touchent chacun dans toute l'étendue d'une de ses arêtes, et les intersections de ces plans tangents avec un plan quelconque sont tangentes à la section de la surface par ce plan. Cela posé, si l'on mène, à la perspective de la trace de la surface sur un plan, deux tangentes perspectivement parallèles aux intersections de ce plan avec les plans de rayons lumineux déterminés par les droites de la surface, et, par conséquent, dirigées au point de rencontre de la ligne de fuite de ces plans avec celle du plan de la trace que l'on considère, ou parallèles à la première de ces lignes de fuite, si ce dernier plan est parallèle au tableau, comme dans la figure 153, et si par les points de contact on mène des parallèles perspectives aux droites de la surface, ces parallèles seront les perspectives des lignes de séparation d'ombre et de lumière.

Dans le cas d'une surface conique, les rayons lumineux tangents forment encore des plans qui touchent chacun la surface suivant une de ses arêtes et se coupent suivant une droite qui passe par son sommet, et dont les intersections avec un plan quelconque sont tangentes à la section du cône par ce plan. On construit donc la perspective du point de rencontre du rayon lumineux qui passe par le sommet du cône avec le plan de sa base, et l'on mène par cette perspective des tangentes à la perspective de cette base; les droites menées des points de contact au sommet perspectif du cône sont les perspectives des lignes de séparation d'ombre et de lumière.

Enfin, si les rayons lumineux n'étaient point parallèles, il n'y aurait de changement à ce que nous venons de dire qu'en ce que, dans le cas d'une surface cylindrique, on devrait substituer, aux tangentes perspectivement parallèles aux intersections du plan de la trace que l'on considérerait avec les plans de rayons lumineux déterminés par les arêtes de la surface, des tangentes à la perspective de cette trace menées par la perspective du point de rencontre de son plan avec une parallèle à ces arêtes passant par les points lumineux; puisqu'alors cette parallèle serait visiblement la commune intersection des plans de rayons lumineux tangents à la surface.

173. Il nous est maintenant aisé d'indiquer, en nous reportant à la figure 150, comment on peut construire avec précision le point de rencontre de la courbe d'ombre avec le cintre PGQ . En effet, ce point est visiblement celui du cintre pour lequel le rayon lumineux est tangent à la

* Ces dernières considérations achèvent de démontrer la légitimité des constructions que nous avons indiquées dans les articles 140—153; car il est d'ailleurs visible que les points de rencontre de la courbe qui circonscrit la base d'un cylindre avec les limites d'ombre et de lumière sur la surface de ce cylindre, sont en même temps la limite de la partie de cette courbe dont l'ombre appartient au contour de l'ombre portée du cylindre, et celle de la partie de cette même courbe qui peut porter ombre dans l'intérieur de ce cylindre supposé creux.

surface de la sphère. Mais concevons un cylindre droit dont la base soit la circonférence originale (PGQ), ce cylindre sera circonscrit à la sphère; tout plan qui lui sera tangent sera donc aussi tangent à cette dernière; or, si l'on joint le point évanouissant des rayons lumineux au point principal qui est ici le point évanouissant des arêtes du cylindre, et que l'on mène à la demi-circonférence PGQ une tangente tt' parallèle à la droite ainsi déterminée, le point de contact O sera l'un des points de la ligne de contact du cylindre avec un plan de rayons lumineux; ce point sera donc le point de rencontre demandé.

V. Sur la perspective de la sphère¹.

174. Les méthodes que nous avons données dans les notes I et IV conviendraient visiblement à la perspective de la sphère, qui, parmi les surfaces de révolution, est une des plus remarquables; mais tout cône tangent à la surface d'une sphère la touchant suivant une circonférence de cercle, on peut obtenir la perspective du contour apparent de cette surface, et celle de la ligne qui sépare sa partie éclairée de sa partie privée de lumière, par des procédés plus directs et que nous croyons devoir ne pas omettre.

Soit C le point principal, CD la distance principale, HHP' la ligne de fuite des plans horizontaux, et soit ab la perspective d'un diamètre de la sphère à représenter, que, pour plus de simplicité, nous supposerons horizontal et parallèle au tableau. (Fig. 152.)

Si par l'œil et le diamètre représenté en ab on conçoit un plan, ce plan coupera la surface de la sphère suivant la circonférence d'un grand cercle; les tangentes à ce cercle menées de l'œil seront tangentes à la sphère; la droite qui joindra les points de contact sera le diamètre d'un petit cercle dont le plan sera perpendiculaire à la droite menée de l'œil au centre de la sphère, et la circonférence de ce cercle sera le contour apparent dont il s'agit de trouver la perspective.

Cela posé, le plan mené par l'œil et par le diamètre représenté en ab a sa ligne de fuite, et sa perspective tout entière, dans la droite indéfinie dont la perspective ab fait partie, et la perspective de la circonférence suivant laquelle ce plan coupe la sphère se confond avec cette droite; mais, si l'on conçoit une surface cylindrique dont la génératrice soit verticale et qui ait cette section pour directrice, la trace de cette surface sur un plan quelconque parallèle à celui dont nous venons de parler sera une seconde circonférence égale à la première; et la droite $a'b'$ parallèle à ab , et comprise entre deux droites ad' et bb' menées par les points a et b et perpendiculaires à la ligne de fuite HHP' , étant prise pour la perspective de celui des diamètres de cette seconde circonférence qui serait parallèle au tableau, la perspective de cette même circonférence sera la courbe $a'm'b'n$ que l'on construira à l'aide de la ligne de fuite EE' , et conformément aux méthodes que nous avons données. Or, si l'on imagine par l'œil deux plans tangents au cylindre original ($a'm'b'n$), les lignes de contact auront pour perspectives deux droites $g'g$ et $l'l$, tangentes à la courbe $a'm'b'n$ et perpendiculaires à la ligne de fuite HHP' ; les points de rencontre de ces tangentes avec la droite indéfinie EE' seront les perspectives des points dans lesquels la section de la sphère par le plan mené par l'œil et le diamètre original (ab) serait touchée par celles de ses tangentes qui passeraient par l'œil; et l'on aura ainsi en $g'l$ la perspective de l'un des diamètres de la circonférence qui forme le contour apparent de la sphère.

¹ Cette note est extraite, à peu de chose près, de l'ouvrage de M. LAMÉ.

Actuellement, nous avons dit que cette circonférence est située dans un plan perpendiculaire à la droite menée de l'œil au centre de la sphère; or, cette droite a pour perspective le point o , milieu de ab , et perspective de ce centre: si donc on cherche la ligne de fuite des plans perpendiculaires aux droites dont le point évanouissant est o , cette ligne de fuite ee' sera celle dont on devra se servir pour construire, par les méthodes que nous avons précédemment données, la perspective de ce contour apparent.

Soit proposé maintenant de construire la perspective de la limite d'ombre et de lumière sur la surface de la même sphère, S étant la perspective du point lumineux, S' celle de sa projection sur un plan horizontal quelconque, et le point o' étant la perspective de la projection du centre de la sphère sur ce même plan horizontal.

Par le point lumineux et par le centre de la sphère, concevons un plan vertical. Ce plan coupera encore la surface de la sphère suivant la circonférence d'un grand cercle; les tangentes à ce cercle menées par le point lumineux seront tangentes à la sphère; et la droite qui joindra les points de contact sera encore le diamètre d'un petit cercle, dont le plan sera perpendiculaire à la droite menée par le point lumineux et le centre de la sphère, et dont la circonférence sera la limite qu'il s'agit de construire perspectivement.

Cela posé, la droite qui passe par le centre de la sphère et par le point lumineux se projette sur le plan (o' , HH') suivant une ligne dont la perspective doit passer par les points S' et o' ; le plan vertical mené par cette droite a pour ligne de fuite la perpendiculaire à la droite HH' menée par le point de rencontre de cette droite avec la ligne $S'o'$ suffisamment prolongée; et l'un des diamètres de la section de la sphère par ce plan a pour perspective la droite xy parallèle à $E'E''$, géométriquement égale à ab , et divisée au point o en deux parties égales. La courbe $xyvu$ perspective de cette section étant construite, la droite vu , qui joint les points dans lesquels cette courbe est touchée par deux tangentes menées par le point S , est la perspective de l'un des diamètres de la limite dont on demande la perspective. Enfin, la droite qui passe par le point lumineux et par le centre de la sphère a pour perspective indéfinie une droite menée par les points S et o ; le point évanouissant de cette droite est à la rencontre des lignes $E'E''$ et $o'o$; la ligne de fuite des plans perpendiculaires à cette même droite se construit par les méthodes que nous avons précédemment exposées, et cette ligne de fuite étant obtenue, est celle dont on se sert pour construire la limite perspective demandée.

Enfin, soit proposé de construire la perspective du contour de l'ombre portée par cette même sphère sur le plan horizontal (o , HH').

On mènera par le point s , perspective du centre de la circonférence originale ($v-1-u-2$), une perpendiculaire à la ligne de fuite HH' , qui donnera sur la ligne $S'o'$ le point s' pour la perspective de la projection de ce centre sur le plan horizontal (o , HH'). On mènera par s une droite arbitraire 1-2, et du point de rencontre de cette droite prolongée avec la ligne de fuite $E'E''$ du plan de cette circonférence ($v-1-u-2$), on abaissera sur la ligne HH' la perpendiculaire $e'e''$; du point s' on mènera une droite au point e'' , et par les points 1 et 2 de la courbe $v-1-u-2$, on mènera des droites perpendiculaires à HH' , qui donneront sur la droite 3-4, les points 3 et 4 pour les perspectives des projections des points originaux (1 et 2) sur le plan horizontal (o , HH'); on répètera cette construction autant de fois qu'on le jugera convenable; on mènera de même par s la droite 5-6 parallèle à la ligne de fuite $E'E''$, et par s' la droite 7-8 parallèle à la ligne de fuite HH' , et par les points 5 et 6 de la courbe $v-1-u-2$; on mènera des perpendiculaires à la ligne HH' , qui donneront sur la droite 7-8 les points 7 et 8

pour les perspectives des projections des points originaux 5 et 6 sur le plan horizontal (*o. HH'*). Cela fait, le reste s'achèvera comme dans les exemples que nous avons déjà donnés.

Si les rayons lumineux étaient parallèles entre eux, la limite d'ombre et de lumière sur la surface de la sphère deviendrait la circonférence d'un grand cercle dont le plan serait perpendiculaire à la direction de ces rayons, et dont on obtiendrait aisément la perspective.

VI. De la perspective par la méthode des projections.

175. Nous avons déjà donné une méthode pour construire la perspective d'un objet défini par le moyen de deux projections. Telle que nous l'avons présentée, cette méthode peut être employée avec avantage pour construire dans un tableau les perspectives de certains objets, et particulièrement celles des objets inclinés ; mais, lorsque tous les objets dont on doit tracer la perspective sont ainsi définis de forme et de position, et qu'en même temps la position du tableau et celle de l'œil, par rapport à ces objets, sont définies de la même manière, on peut obtenir cette perspective par des considérations à la fois plus simples et plus générales. Un seul exemple suffira pour faire comprendre cette nouvelle méthode.

Concevons le plan du tableau dans une position telle qu'il soit perpendiculaire au plan vertical de projection, et qu'en conséquence ses traces sur ce plan et sur le plan horizontal se confondent en une seule droite $TT'T''$ (fig. 133) perpendiculaire à l'intersection de ces derniers ; soient O et O' les projections de l'œil ; et supposons que l'on ait, au-delà des traces du plan du tableau, les projections déjà faites des objets à mettre en perspective, par exemple, celles d'une pyramide à base quadrangulaire posée sur un socle.

Si de l'œil on mène une droite à un premier point de l'objet proposé, les projections de cette droite seront les lignes OA et $O'A'$; les points où ces dernières couperont les traces TT' et $T'T''$ du tableau seront les projections du point de rencontre du rayon visuel avec le tableau, et il ne s'agira plus que de trouver, sur ce tableau MN , la position de ce point de rencontre. Or soit C le centre du tableau, c'est-à-dire la projection de l'œil sur le tableau : si nous concevons par l'œil deux plans perpendiculaires au tableau, l'un horizontal et l'autre vertical, les intersections de ces plans avec le tableau seront les droites XX et YY , l'une parallèle et l'autre perpendiculaire à la base MN , et les traces de ces mêmes plans sur les plans de projection seront les droites OY et OX ; en sorte que les droites YY et XX seront représentées, la première en projection horizontale par le point y , et la seconde en projection verticale par le point x .

Cela posé, nous avons dit que le point de rencontre qu'il s'agit de construire est projeté horizontalement en a' et verticalement en a , et, d'après cela, il est clair que ce point est à une distance de l'axe YY égale à ya' et à une distance de l'axe XX égale à xa . Si donc on mène sur le tableau une parallèle à l'axe YY à une distance de cet axe égale à ya' , et à droite ou à gauche de ce même axe, selon que la projection horizontale a' est à droite ou à gauche du point y , et une parallèle à l'axe XX , à une distance de cet axe égale à xa , et au-dessus ou au-dessous de ce même axe, suivant que la projection verticale a est au-dessus ou au-dessous du point x , le point d'intersection de ces parallèles sera le point cherché ou la perspective du point (A, A') .

* Ce qui suit est extrait, à peu de chose près, de la théorie des ombres et de la perspective publiée par M. BRUNSON d'après les leçons de Mance.

Actuellement, si l'on répète la même opération pour chacun des sommets de l'objet proposé, et si l'on joint convenablement par des droites les perspectives ainsi déterminées de ces sommets, on obtiendra la perspective complète de cet objet.

On peut remarquer, pour abréger le travail, que, si le corps original est impénétrable aux rayons visuels, la partie antérieure dérobera la vue de l'autre, et qu'ainsi il sera inutile de construire les perspectives des points qui appartiendront à cette seconde partie, à moins que ces perspectives ne soient nécessaires à la construction de celles des arêtes de la partie visible.

En outre, si parmi les droites originales il s'en trouve qui soient parallèles entre elles, les perspectives de ces droites devront concourir en un même point, et ce point de concours sera à la rencontre du tableau avec une parallèle à ces droites menée par l'œil; mais les projections de cette parallèle devront être parallèles à celles des droites originales, et seront par conséquent faciles à construire; et les traces du tableau sur les plans de projection étant connues, on trouvera facilement aussi le point de rencontre de cette parallèle et du tableau; d'ailleurs, ce point étant obtenu, il suffira de construire ensuite la perspective d'un autre point de chacune des droites originales dont les perspectives devront concourir à ce point.

Si le tableau était oblique au plan vertical de projection, disposition que l'on peut être parfois dans la nécessité d'adopter afin de simplifier le travail nécessaire pour construire les projections des objets originaux, il faudrait, pour trouver la distance de chaque point de la perspective à l'axe horizontal XX' , abaisser, du point de rencontre de la projection horizontale du rayon visuel avec la trace horizontale du tableau, une perpendiculaire sur l'intersection des deux plans de projection, et prolonger cette perpendiculaire jusqu'à la rencontre de l'axe XX' , ou jusqu'à la rencontre de la projection verticale du rayon visuel; après quoi l'on achèverait l'opération comme dans l'exemple que nous venons de traiter.

Enfin, si les objets originaux ne sont pas terminés par des surfaces planes, on devra construire d'abord, par les méthodes de la géométrie descriptive, les projections de leurs contours apparents, et, s'il est nécessaire, celles des lignes de séparation d'ombre et de lumière sur les surfaces de ces objets, et celles des contours de leurs ombres portées. On obtiendra ensuite la perspective de chacune de ces lignes, en construisant successivement les perspectives d'un nombre suffisant de ses points.

VII. Problèmes relatifs à la perspective du cercle.

176. La perspective d'un cercle étant toujours une ellipse, lorsque le cercle original est situé en entier derrière le tableau, il peut être souvent utile de déterminer les axes principaux de cette perspective, afin de pouvoir la tracer avec une précision suffisante, et par le mouvement continu d'un piquet ou d'un style; en outre, on a vu que l'on est souvent conduit à mener, par un point déterminé ou parallèlement à une droite donnée, des tangentes à l'ellipse perspective d'un cercle, et il peut être utile encore, dans certains cas, de déterminer les points de contact avec une entière précision, et sans être dans la nécessité de tracer d'abord cette perspective. Nous terminerons donc ces notes en donnant ici la solution de ces différents problèmes.

177. *Connaissant la ligne de fuite FF' du plan d'un cercle, et la perspective ab de celui*

des diamètres de ce cercle qui est parallèle à cette ligne de fuite, trouver les axes principaux de l'ellipse perspective de ce même cercle. (Fig. 154.)

Par le milieu o de ab , menez la droite fg dirigée au centre de la ligne de fuite FF' , et faites les parties of et og respectivement égales à oa ou ob ; les points f et g appartiendront à l'ellipse cherchée, et la droite fg sera la perspective de celui des diamètres du cercle original qui serait perpendiculaire au diamètre représenté en ab . Divisez ensuite la droite fg en deux parties égales au point e ; menez par e la droite hk parallèle à ab ; menez cl à l'un des points de distance de la ligne de fuite FF' , ce qui donnera ol perspectivement égale à oc ; enfin, sur ab , comme diamètre, décrivez une demi-circonférence géométrale; élevez par l une perpendiculaire à ab terminée sur cette demi-circonférence; prenez les parties $o-1$ et $o-2$ égales à lm , et, par le centre de la ligne de fuite FF' et par chacun des points 1 et 2, menez des droites prolongées jusqu'à la rencontre de la droite hk aux points h et k . Les parties eh et ek seront respectivement égales à lm , en sorte que les points h et k appartiendront à l'ellipse cherchée; et les droites hh et fg seront deux diamètres conjugués de cette ellipse; car le diamètre représenté en fg divise en deux parties égales les cordes qui lui sont perpendiculaires, et ces cordes étant parallèles au tableau, leurs perspectives seraient divisées en deux parties égales par la droite fg .

Cela posé, menez par f une droite indéfinie parallèle à hk ; prolongez fg et hk , et menez hf . Faites $f-3$ égale à ch , menez $3-4$ parallèle à fh , et faites fn égale à $h-4$. Par le milieu de en menez $5-6$ perpendiculaire à cette droite, et terminée à sa rencontre 6 avec la parallèle à hk menée par f . Du point 6 , comme centre, avec un rayon égal à la distance de ce point au point e , décrivez une demi-circonférence qui coupera la ligne $f-6$ aux points p et q ; et par le point e et chacun des points p et q faites passer des droites. Abaissez $f-7$ perpendiculaire sur eq ; décrivez sur cette même droite eq , comme diamètre, une demi-circonférence; prolongez $f-7$ jusqu'à cette demi-circonférence en r , et prenez les parties ex et ez égales à la distance des points e et r . Abaissez de même $f-8$ perpendiculaire sur ep ; sur cette même droite ep comme diamètre, décrivez une demi-circonférence qui coupera la droite $f-8$ ou son prolongement en un certain point s , et prenez les parties ey et ev égales à la distance des points e et s . Les droites xz et vy seront les axes principaux cherchés.

Si le diamètre perspectif fg était géométriquement perpendiculaire au diamètre perspectif ab (fig. 155), les diamètres conjugués fg et hk seraient eux-mêmes les axes principaux cherchés, et la seconde partie de la construction que nous venons d'indiquer deviendrait superflue.

178. Étant donnée la perspective de l'un des diamètres d'un cercle dont le plan est horizontal, trouver, sans construire l'ellipse perspective de ce cercle, les points pour lesquels les tangentes à cette ellipse sont perpendiculaires à la ligne de fuite des plans horizontaux. (Fig. 156.)

Soit FF' la ligne de fuite du plan du cercle original, c'est-à-dire ici la ligne de fuite des plans horizontaux; soient C son centre et CD sa distance; et soit ab le diamètre perspectif donné, ce diamètre étant parallèle à la ligne de fuite FF' .

Construisez le diamètre perspectif fg dirigé au centre de la ligne de fuite FF' ; menez par o la droite oe perpendiculaire à cette ligne de fuite; et par e , milieu géométral de fg , menez la

* Pour la démonstration de cette dernière partie de la construction, qui n'a plus pour but que de trouver les axes principaux d'une ellipse dont on connaît deux diamètres conjugués avec l'angle qu'ils comprennent, nous renverrons à la *Géométrie analytique* de M. CASSINI, chap. XI.

droite indéfinie cE' perspectivement perpendiculaire à oE ; faites 0-2 perspectivement égale à 0-1; décrivez par la droite ab , comme diamètre, une demi-circonférence; élevez 2-3 perpendiculaire à ab , et faites les parties 1- m et 1- n perspectivement égaux à 2-3'. Les points m et n seront les points de contact cherchés.

Démonstration. Les points de contact demandés doivent être aux extrémités d'un même diamètre de l'ellipse perspective du cercle original, et par conséquent sur une droite menée par le point c , milieu de fg , et centre de cette ellipse. Mais, si l'on regarde le cercle original comme la base d'un cylindre droit et les tangentes à la perspective de ce cercle dont il faut construire les points de contact comme les intersections du tableau avec deux plans tangents à la surface de ce cylindre, et menés par l'œil, ces points de contact pourront être regardés comme les perspectives des points pour lesquels les tangentes à ce cercle passeraient par le point de rencontre de son plan avec une droite verticale menée par l'œil. Or, il suit de là que ces points de contact doivent se trouver sur une droite perspectivement perpendiculaire à la perspective de la droite menant du centre du cercle original à la projection de l'œil sur le plan de ce cercle; d'ailleurs cette dernière droite aurait pour perspective une perpendiculaire à la ligne de fuite FF' menée par le point o , c'est-à-dire à la ligne oE : donc en effet les points de contact cherchés doivent se trouver sur la ligne indéfinie cE' ; mais il est clair que les points m et n appartiennent à la perspective de la circonférence du cercle original proposé: donc en effet ces points sont les points de contact qu'il était proposé de construire.

D'après cette démonstration, on reconnaîtra sans peine que la construction que nous venons d'indiquer s'étend au cas où le plan du cercle original n'est point horizontal, et à celui où les tangentes à l'ellipse perspective de ce cercle dont il faut construire les points de contact, étant toujours parallèles entre elles, ne sont pas perpendiculaires à la ligne de fuite du plan de ce cercle, pourvu que, dans ce dernier cas, on substitue à la droite oE une droite menée par o et parallèle à la direction de ces tangentes.

179. Étant données la perspective d'un diamètre d'un cercle et la perspective d'un point situé dans le plan de ce cercle, trouver, sans construire celle de ce même cercle, les points pour lesquels les tangentes à cette perspective passeraient par celle du point proposé. (Fig. 137.)

Soit EE' la ligne de fuite du plan du cercle original; soient C son centre, CD sa distance; et soient ab le diamètre perspectif de ce cercle (ce diamètre étant encore parallèle à la ligne de fuite EE'), et g le point perspectif par lequel doivent passer les tangentes à la perspective de ce cercle dont il faut construire les points de contact.

Par le point g et par le milieu o de ab menez la droite og prolongée jusqu'à la ligne de fuite EE' en E , et menez par g la droite indéfinie gm parallèle à EE' . Cela fait, menez DE' perpendiculaire à DE ; faites $E'd'$ égale à $E'D$, et Ed égale à ED . Menez les droites od et ad qui coopèrent la droite indéfinie gm aux points 1 et 2. Du premier de ces points, comme centre, avec un rayon égal à 1-2, décrivez une demi-circonférence; sur g -1, comme diamètre, décrivez une seconde demi-circonférence; et, du point d'intersection de ces demi-circonférences, abaissez sur gm la perpendiculaire 3-4. Menez la droite d -4 prolongée jusqu'à la rencontre de og en n , et menez par n une droite indéfinie dirigée au point E' . Enfin, menez nd' qui coupera la droite gm en 5; prenez les parties 5-6 et 5-7 égales à 3-4, et menez les droites d -6 à

* Pour cela, ayant fait $E'D'$ égale à $E'D$ (la lettre E' se rapporte ici au point de rencontre des lignes cE' et FF'), menez 1- D' , prenez 4-5 égale à 2-3, et menez D' -5- n ; et de même pour la partie 1- n .

$d'-g$ prolongées jusqu'à la rencontre de la droite indéfinie nE' aux points r et s ; ces points seront les points de contact demandés.

Démonstration. Si l'on menait la droite $g-3$, elle serait tangente à la circonférence décrite de 1, comme centre, avec un rayon égal à 1-2; mais on a ao perspectivement égale à 1-2, on perspectivement égale à 1-4, nE' perspectivement perpendiculaire à og , og perspectivement égale à 1-5, et enfin les parties nr et ns perspectivement égales à 3-4; donc les droites gr et gs peuvent être regardées comme les perspectives de deux tangentes au cercle original proposé menées par le point original (g); donc, en effet, ces droites doivent être tangentes à la perspective de la circonférence de ce cercle.

Si le point donné était situé sur la ligne de fuite EE' , comme F , les points de contact cherchés devraient se trouver aux extrémités d'un même diamètre perspectif du cercle proposé; on mènerait donc par o la droite oE' perspectivement perpendiculaire à oE , et par les points a et b les droites ad' et bd' ; les points r' et s' , intersections de ces dernières droites avec la droite oE' , seraient les points de contact cherchés.

180. Nous terminerons en indiquant un procédé graphique qui n'exige que la règle pour construire les tangentes aux lignes du second degré, et qui trouve son application toutes les fois qu'il s'agit de mener une tangente soit à la perspective d'une circonférence, soit à la perspective d'une ligne du second degré, et que cette perspective a été tracée avec une exactitude suffisante, puisque, comme nous l'avons déjà fait remarquer, elle est toujours elle-même une ligne du second degré.

Soit $ABCD$ la courbe à laquelle on demande de mener une tangente 1° par un point extérieur P (fig. 138); 2° par un point P pris sur cette courbe. (Fig. 139.)

1° On mène par le point donné P les sécantes arbitraires PDA , PCB , et l'on trace les lignes BD , CA , BA et CD ; puis par le point F , intersection de BD et CA , et par le point E , intersection de AB et CD , on mène une droite. Les points G et H , intersections de cette droite avec la courbe, sont les points de contact de cette courbe avec les tangentes qui lui peuvent être menées par le point P .

2° On prend arbitrairement trois points A , B , D , sur la courbe; par le point de concours M de AB et DP , et par le point de concours N de AD et BP , on fait passer une droite; on fait ensuite varier la position de l'un des deux points B et D ou de tous les deux à la fois, et, répétant la même construction, on obtient une seconde droite $M'N'$ dont l'intersection R avec la première MN appartient à la tangente de la courbe au point P .

Quelques lecteurs seront peut-être satisfaits de trouver ici la démonstration de ces procédés. Celle que l'on va lire est due à M. Mayer, qui me l'a communiquée.

Nous démontrerons d'abord que, dans quelque direction que soient menées par le point P les sécantes arbitraires PDA , PCB (fig. 138), le lien des points E et F , déterminés suivant ce que nous avons dit, est une ligne droite.

Conservant par le point P un diamètre de la courbe qui soit pris pour axe des abscisses, l'équation de cette courbe est $y^2 + mx^2 + nx = 0$ (1)

Les sécantes menées par le point P ont pour équations $y - a(x - x') = 0$, $y - a'(x - x') = 0$. x' désignant l'abscisse de ce point, et si l'on multiplie ces deux équations l'une par l'autre, l'équation résultante $y^2 - (a + a')xy + aa'x^2 + (a + a')x'y - 2aa'x'x + aa'x'^2 = 0$ (2) représentera le système de ces deux droites.



Cela posé, soit pris dans la courbe ou hors de la courbe un point arbitraire E ou F ; soient x'', y'' les coordonnées de ce point, et soient menées par ce point deux droites arbitraires; les équations de ces droites seront $y - y'' - b(x - x'') = 0$, $y - y'' - b'(x - x'') = 0$.

et si l'on multiplie aussi ces deux équations l'une par l'autre, l'équation résultante

$$y'' - (b + b')xy + bb'x' + [(b + b')x'' - 2y'']y + [(b + b')y'' - 2bb'x'']x + y''^2 - (b + b')x''y'' + bb'x''^2 = 0. \dots \dots \dots (3)$$

représentera le système de ces deux nouvelles droites.

Maintenant, si l'on veut exprimer que les points d'intersection des droites de l'équation (2) avec celles de l'équation (3) appartiennent à la courbe, il faut exprimer que les trois équations (1) (2) et (3) ont lieu en même temps, et que, par conséquent, si l'on multiplie (2) par une indéterminée p , et (3) par une autre indéterminée q , et que l'on ajoute ces deux équations ainsi multipliées, le résultat pourra être rendu identique avec (1). Or si l'on pose, pour abréger $a + a' = A$, $aa' = B$, $b + b' = A'$ et $bb' = B'$, et que l'on effectue le calcul indiqué, on obtient ces six équations de condition

$$\begin{aligned} p + q &= 1. \dots (4) & pA + qA' &= 0. \dots (5) & pB + qB' &= m. \dots (6) \\ pAx' + q(A'x'' - 2y'') &= 0. \dots (7) & -2Bx'p + q(A'y'' - 2B'x'') &= n. \dots (8) \\ pBx'^2 + q(y''^2 - A'x''y'' + B'x''^2) &= 0. \dots (9) \end{aligned}$$

Pour exprimer que ces équations doivent avoir lieu quelle que soit la direction des deux sécantes menées par P , il faut en éliminer A , A' , B et B' . Or on tire de (5) $pA = -qA'$, et de (6) $pB = m - qB'$; et ces valeurs étant reportées dans les trois suivantes, les changeant dans celles-ci :

$$\begin{aligned} A'(x'' - x') - 2y'' &= 0; & 2qB'(x' - x'') + qA'y'' - 2mx' - n &= 0; \\ qB'(x'' - x') - qA'y''x'' + qy''^2 + mx'^2 &= 0. \end{aligned}$$

multipliant la seconde par $(x' + x'')$ et la troisième par 2, puis ajoutant, il vient

$$\begin{aligned} qA'y''(x' - x'') + 2qy''^2 - 2mx'x'' - nx'' - nx' &= 0 \\ \text{et mettant pour } A'(x' - x'') \text{ sa valeur } -2y'', \text{ on obtient enfin} \\ (2mx' + n)x'' + nx' &= 0. \end{aligned}$$

équation qui montre que le lien cherché des points E et F est une ligne droite parallèle à l'axe des y .

Actuellement, puisque, si l'on conçoit que les sécantes arbitraires PDA , PCB se meuvent autour du point P , de manière que les intersections de chacune d'elles avec la courbe se rapprochent progressivement, les droites AC et BD devront toujours se couper sur la droite GH , lorsque ces lignes PDA , PCB deviendront tangentes à la courbe, les lignes AC et BD qui se réuniront en une seule et même droite devront se confondre suivant GH ; ce qui démontre la légitimité de la construction que nous avons indiquée en premier lieu.

Enfin, il résulte aussi de ce que nous venons de démontrer que, si l'on prend un point F dans l'intérieur de la courbe, que l'on mène par ce point les sécantes arbitraires CFA , DFB , et que l'on trace les droites BC , AD , AB , CD , le lieu des points E et P sera une ligne droite; et, par conséquent, que, si l'on mène par ce point F une droite arbitraire CA , le point de concours des tangentes en C et A sera l'un de ceux de cette droite. Or, d'après cela, le point de concours des tangentes en P et A (fig. 15g) doit se trouver sur la droite NM ; mais il doit aussi se trouver sur la ligne $N'M'$, donc il est à la rencontre de ces lignes.

FIN.

608630



TABLE DES ARTICLES

CONTENUS DANS CE VOLUME.

NOTIONS DE GÉOMÉTRIE.

	N°		N°
Des points, des lignes et des surfaces.	1-3	<i>Probl. VI. Diviser un arc ou un angle en deux parties égales.</i>	37
De l'angle, de la manière de le désigner, des angles droits, aigus et obtus, des droites perpendiculaires entre elles, et des droites obliques entre elles.	4-6	<i>Probl. VII. En un point d'une droite, faire un angle égal à un angle donné.</i>	38
Des parallèles.	7	<i>Probl. VIII. Etant donnés deux côtés adjacents d'un parallélogramme, et l'angle qu'ils comprennent, construire le parallélogramme.</i>	39
Des polygones.	8	<i>Probl. IX. Etant donné le côté d'un triangle équilatéral, construire le triangle.</i>	40
Des triangles.	9	<i>Probl. X. 1° Trouver le centre d'une circonférence; 2° par trois points donnés faire passer une circonférence.</i>	41
Des polygones semblables.	10	<i>Probl. XI. Par un point donné, mener une tangente à une circonférence.</i>	42
Des quadrilatères.	11	<i>Probl. XII. Partager une droite en parties égales, ou en parties qui aient entre elles des rapports donnés.</i>	43
Des diagonales, dans le parallélogramme, le rectangle, le losange et le carré.	12	<i>Probl. XIII. Inscrire dans le cercle les polygones réguliers de 4, 8, 16, etc., côtés.</i>	44
De la circonférence et du cercle.	13	<i>Probl. XIV. Inscrire dans le cercle les polygones réguliers de 3, 6, 12, etc., côtés.</i>	45
De la mesure et de l'évaluation des angles.	14	<i>Probl. XV. Inscrire dans le cercle les polygones réguliers de 5, 10, 20, etc., et ceux de 15, 30, etc., côtés.</i>	46
Des polygones réguliers.	15	<i>De la description de l'ellipse.</i>	47
Des plans.	16-19		
De l'angle dièdre ou angle de deux plans, et des plans perpendiculaires entre eux.	20-21		
Des projections.	22		
De ce que l'on entend par ligne verticale, plan vertical, etc.	23		
Des polyèdres, et particulièrement du prisme, du parallélépipède, et de la pyramide.	24-27		
De la sphère, du cylindre droit, et du cône droit.	28-30		
Des surfaces coniques et cylindriques en général.	31		
<i>Probl. I. Diviser une droite donnée en deux parties égales.</i>	32		
<i>Probl. II. Par un point donné sur une droite, élever une perpendiculaire à cette droite.</i>	33		
<i>Probl. III. D'un point donné hors d'une droite, abaisser une perpendiculaire sur cette droite.</i>	34		
<i>Probl. IV. Par l'extrémité d'une droite que l'on ne peut prolonger, mener une perpendiculaire à cette droite.</i>	35		
<i>Probl. V. Par un point donné, mener une parallèle à une droite.</i>	36		

CHAPITRE I.

Notions, définitions et principes.

But de la perspective.	1
De la distinction de la perspective en linéaire et aérienne.	2
De ce que l'on suppose toujours que la surface du tableau soit plane et verticale.	3
De ce que l'on entend par point original, ligne originale, etc.	4
De ce que l'on nomme plan principal et base du tableau.	5

	N ^o
De ce que l'on entend par <i>plan oblique</i> et <i>ligne oblique</i>	6
De ce que l'on nomme <i>point principal</i> , <i>centre du tableau</i> , et <i>distance de l'œil au tableau</i> , <i>distance principale</i> ou simplement <i>distance</i>	7
De la manière de définir la forme et les proportions d'un corps en la position des objets dans l'espace, et de ce que l'on entend par <i>représentation géométrale</i> et <i>figure géométrale</i>	8-9
De la ligne d'horizon	11-13
Des lignes de fuite des plans originaux, de leurs centres et de leurs distances	14-19
De ce que la perspective d'une ligne droite est toujours une ligne droite	20
De ce que la perspective d'une droite parallèle au tableau est parallèle à son originale, et des conséquences que l'on déduit de ce principe	21
De ce que toutes les lignes parallèles entre elles, et non parallèles au tableau, ont leurs perspectives dirigées à un même point du tableau; des points de concours des perspectives des droites perpendiculaires au tableau, des lignes obliques et des lignes inclinées, et de ce que l'on nomme <i>point de fuite</i> ou <i>point évanouissant</i> d'un système de droites parallèles	22-25
Des points de concours des perspectives des droites horizontales qui font des angles demi-droits avec le tableau, et de ce que l'on nomme <i>points de distance</i>	26-27
De ce que toute ligne inclinée, non parallèle au tableau, a son point évanouissant sur la perpendiculaire à l'horizon menée par le point évanouissant de sa projection horizontale	28
De ce que toute figure tracée sur un plan parallèle au tableau a pour perspective une figure qui lui est semblable	29

CHAPITRE II.

De choix de la distance, lorsque le point de vue n'est pas déterminé.

30-34

CHAPITRE III.

Pratique de la perspective pour les figures situées dans des plans horizontaux ou verticaux, et pour les corps élevés verticalement sur le plan principal.

§ I. *CONNAISSANCE GÉNÉRALE.*

Probl. I. Connaissant les perspectives de deux points d'une droite originale indéfinie de grandeur, ou son point évanouissant

	N ^o
et la perspective de l'un de ses points, ou son point évanouissant et son intersection avec le tableau, trouver sa perspective totale	35
<i>Probl. II.</i> Étant donné l'angle qu'une ligne horizontale fait avec le tableau, trouver le point évanouissant de cette ligne	36
<i>Probl. III.</i> Étant donnée la perspective d'une ligne horizontale, trouver le point évanouissant de toutes les horizontales qui seraient perpendiculaires à cette ligne ou qui seraient avec elles un angle donné	37
<i>Probl. IV.</i> Étant donné le pied de la perpendiculaire abaissée d'un point du plan principal sur la base du tableau, et la longueur de cette perpendiculaire, trouver la perspective de ce point	38
<i>Probl. V.</i> Trouver, 1 ^o la perspective indéfinie d'une droite parallèle au tableau et située dans le plan principal à une distance connue de la base du tableau; 2 ^o la perspective d'une partie de cette droite déterminée de grandeur	39
<i>Probl. VI.</i> Étant donnée la perspective indéfinie d'une droite située dans le plan principal, et perpendiculaire au tableau, trouver la perspective d'une partie de cette droite déterminée de grandeur	40
<i>Probl. VII.</i> Étant donnée la perspective indéfinie d'une droite oblique, trouver, 1 ^o la perspective d'un point de cette droite situé à une distance connue de son intersection avec le tableau; 2 ^o trouver la perspective d'une partie de cette droite déterminée de grandeur	41
<i>Probl. VIII.</i> La perspective d'une ligne horizontale étant donnée, la diviser en parties qui aient perspectivement entre elles des rapports donnés	42
<i>Probl. IX.</i> La perspective d'une ligne horizontale étant donnée, la diviser en parties perspectivement égales	43
<i>Probl. X.</i> La perspective d'une ligne horizontale parallèle au tableau, étant donnée de position et de grandeur, trouver, sur les perspectives indéfinies de plusieurs droites aussi parallèles au tableau, et situées dans le même plan horizontal, des parties qui soient perspectivement de même grandeur	44
<i>Probl. XI.</i> La perspective d'une ligne horizontale non parallèle au tableau, étant donnée de direction et de grandeur, déterminer partout où l'on veut, sur le prolongement de cette perspective, des parties qui	

TABLE DES ARTICLES.

181

lui soient respectivement égales.	45	Perspective de deux suites de carrés horizontaux placés dans une direction oblique, et à des distances égales les uns des autres.	59
<u>Probl. XII. Trouver les perspectives de plusieurs verticales tirées de différents points du plan principal et d'une hauteur déterminée.</u>	46	Perspective d'un hexagone régulier dont l'un des diamètres est parallèle ou perpendiculaire au tableau.	60
<u>Probl. XIII. Étant donnée la perspective d'une ligne horizontale dont le point évanouissant ne se trouve pas dans le tableau, déterminer, sans la prolonger hors du cadre, la distance de ce point évanouissant au point principal.</u>	47	Perspective d'une suite de carreaux hexagones.	61
<u>Probl. XIV. Étant donné l'angle qu'une ligne horizontale fait avec le tableau, déterminer, sans prolonger aucun des lignes hors du cadre, 1^o le point évanouissant de cette droite, 2^o la distance du ce point au point principal; 3^o le point évanouissant de toutes les horizontales qui seraient avec cette ligne un angle donné, ou la distance de ce point au point principal.</u>	48	Perspective de deux polygones réguliers concentriques.	62
<u>Probl. XV. Connaissant la distance d'un point évanouissant horizontal et inaccessible au point principal, mener, par un point donné du tableau, une droite qui tende à ce point évanouissant.</u>	49	De la perspective d'une figure située dans un plan horizontal, et dont le dessin géométrique est donné.	63-64
<u>Probl. XVI. Étant donnée la perspective indéfinie d'une ligne horizontale, mener, par un point donné, une droite qui tende au même point évanouissant, et ce point étant situé hors du tableau.</u>	50	De la perspective par la méthode des carreaux. Perspective d'une figure située dans un plan vertical, et dont le dessin géométrique est donné.	65
<u>Probl. XVII. Étant donnée la perspective indéfinie d'une droite horizontale située dans le plan principal et non parallèle au tableau, trouver, en ramenant tous les points de construction dans le tableau, la perspective d'une partie de cette droite déterminée de grandeur.</u>	51	Perspective d'une circonférence de cercle dont le plan est horizontal.	66
		Perspective d'une circonférence de cercle dont le plan est vertical.	67
		Perspective d'un polygone régulier dont le plan est horizontal.	68
		De la perspective d'une ellipse dont le plan est vertical ou horizontal.	69
			70
		§ III. EXEMPLES DE LA PERSPECTIVE DES SOLIDES.	
		Perspective d'un parallépipède rectangle vu de face.	71
		Perspective d'un prisme droit.	72
		Perspective d'une pyramide régulière.	73
		Perspective d'un cylindre droit.	74
		Perspective d'un cône droit.	75
		Perspective d'un prisme droit dont les bases sont parallèles au tableau.	76
		Perspective d'un cylindre droit dont les bases sont parallèles au tableau.	77
		Perspective d'une charpente composée de plusieurs montants assemblés par des traverses horizontales.	78
		Perspective d'un berceau.	79
		Perspective d'une suite d'arcades.	80
		Perspective d'une porte cintrée vue obliquement.	81
		Perspective d'une voûte d'arcade.	82
		Perspective d'une ouverture cintrée pratiquée dans un mur en tour ronde.	83
		Perspective du battant d'une porte dont l'ouverture est située dans un plan parallèle au tableau.	84
		Perspective du battant d'une porte dont l'ouverture est située dans un plan perpendiculaire au tableau.	85
		Autre méthode pour tracer la perspective du	

	N ^{os}		N ^{os}
battant d'une porte dont l'ouverture est située dans un plan parallèle au tableau. . .	86	<u>fuite, et l'intersection de ce même plan avec le tableau.</u>	103
Perspective du battant d'une porte dont l'ouverture est située dans un plan perpendiculaire au tableau, par cette seconde méthode.	87	<u>Probl. II. Étant donnée la ligne de fuite d'un plan original, et l'angle d'une droite située dans ce plan avec l'intersection de ce plan et du tableau, ou avec la trace horizontale de ce plan, ou avec une autre droite de ce plan dont la perspective est déjà connue, trouver le point évanouissant de cette droite.</u>	104
Perspective du battant d'une porte dont l'ouverture est située dans un plan oblique. . .	88	<u>Probl. III. Étant donnée la ligne de fuite d'un plan, trouver le point évanouissant des droites perpendiculaires à ce plan.</u>	105
Perspective d'un escalier dont les marches ont leurs arêtes perpendiculaires au tableau. . .	89	<u>Probl. IV. Étant donnée la ligne de fuite d'un plan, son intersection avec le tableau, et la perspective inclinée d'une droite située dans ce plan et parallèle à cette intersection, trouver la perspective d'une partie de cette droite déterminée de grandeur.</u>	106
Perspective d'un escalier dont les marches ont leurs arêtes obliques par rapport au tableau.	90	<u>Probl. V. Étant donnée la ligne de fuite d'un plan, son intersection avec le tableau, et la perspective d'une droite située dans ce plan, et non parallèle à cette intersection, trouver, 1^o la perspective d'un point de cette droite situé à une distance connue de sa rencontre avec le tableau; 2^o la perspective d'une partie de cette droite déterminée de grandeur.</u>	107
Perspective d'une suite de marches avec des retours sur différents angles, et dont les arêtes sont les axes perpendiculaires, et les autres parallèles au tableau.	91	<u>Probl. VI. Étant donnée le point évanouissant d'une ligne quelconque, et la perspective d'une partie de cette droite, diviser cette perspective en parties perspectivement égales entre elles, ou qui soient perspectivement entre elles des rapports donnés.</u>	108
Perspective d'une suite de marches avec des retours sur tous les angles, et dont les arêtes sont obliques par rapport au tableau. . .	92	<u>Probl. VII. Étant donnée la ligne de fuite d'un plan et la perspective de l'intersection de ce plan avec le plan principal, trouver les perspectives de plusieurs lignes verticales élevées en différents points de ce plan et d'une hauteur déterminée.</u>	109
Perspective d'une corniche en saillie sur un mur perpendiculaire au tableau.	93		
Perspective d'une corniche en saillie sur un mur oblique.	94	<u>§ III. EXEMPLES DE LA PERSPECTIVE DES OBJETS INCLINÉS EN s'EMPLOYANT QUE DES POINTS ÉVANOUISSANTS HORIZONTAUX.</u>	
Perspective d'une corniche en saillie sur plusieurs murs obliques par rapport au tableau et qui font entre eux des angles droits. . .	95		
Perspective d'un fronton circulaire parallèle au tableau.	96		
Perspective d'un comble avec des lucarnes. . .	97		
De la perspective des figures posées sur des marches à différentes hauteurs.	98		
CHAPITRE IV.			
<i>Pratique de la perspective pour les objets inclinés.</i>			
§ I^{er}. EXEMPLES DE LA PERSPECTIVE DES OBJETS INCLINÉS EN s'EMPLOYANT QUE DES POINTS ÉVANOUISSANTS HORIZONTAUX.			
Perspective d'un parallélépipède incliné parallèlement au tableau, et qui pose sur l'un de ses côtés.	99		
Perspective d'un parallélépipède incliné parallèlement au tableau et qui pose sur l'un de ses angles.	100		
Perspective d'un parallélépipède incliné dans une direction quelconque.	101		
§ II. PROBLÈMES GÉNÉRAUX POUR LA PERSPECTIVE DES OBJETS INCLINÉS PAR LA MÉTHODE DES LIGNES DE FUITE.			
<u>Probl. I. Étant donnée la perspective de la trace horizontale d'un plan quelconque, et l'angle de ce plan avec les plans horizontaux, trouver la ligne de fuite de ce plan, le centre et la distance de cette ligne de</u>			
<u>fuite, et l'intersection de ce même plan avec le tableau.</u>			
<u>Probl. II. Étant donnée la ligne de fuite d'un plan original, et l'angle d'une droite située dans ce plan avec l'intersection de ce plan et du tableau, ou avec la trace horizontale de ce plan, ou avec une autre droite de ce plan dont la perspective est déjà connue, trouver le point évanouissant de cette droite.</u>			
<u>Probl. III. Étant donnée la ligne de fuite d'un plan, trouver le point évanouissant des droites perpendiculaires à ce plan.</u>			
<u>Probl. IV. Étant donnée la ligne de fuite d'un plan, son intersection avec le tableau, et la perspective inclinée d'une droite située dans ce plan et parallèle à cette intersection, trouver la perspective d'une partie de cette droite déterminée de grandeur.</u>			
<u>Probl. V. Étant donnée la ligne de fuite d'un plan, son intersection avec le tableau, et la perspective d'une droite située dans ce plan, et non parallèle à cette intersection, trouver, 1^o la perspective d'un point de cette droite situé à une distance connue de sa rencontre avec le tableau; 2^o la perspective d'une partie de cette droite déterminée de grandeur.</u>			
<u>Probl. VI. Étant donnée le point évanouissant d'une ligne quelconque, et la perspective d'une partie de cette droite, diviser cette perspective en parties perspectivement égales entre elles, ou qui soient perspectivement entre elles des rapports donnés.</u>			
<u>Probl. VII. Étant donnée la ligne de fuite d'un plan et la perspective de l'intersection de ce plan avec le plan principal, trouver les perspectives de plusieurs lignes verticales élevées en différents points de ce plan et d'une hauteur déterminée.</u>			
§ III. EXEMPLES DE LA PERSPECTIVE DES OBJETS INCLINÉS PAR LA MÉTHODE DES LIGNES DE FUITE.			
Perspective d'un parallélépipède incliné. . .	110		
Perspective d'un escalier avec ses rampes. . .	111		
Perspective de deux cubes avec leurs couvercles.	112		
Perspective d'un comble avec des lucarnes. .	113		
Perspective d'un fronton triangulaire. . . .	114		
§ IV. DES MOYENS D'EXÉCUTER LES OPÉRATIONS QUI SE RAPPORTENT À LA PERSPECTIVE DES OBJETS INCLINÉS LORSQU'ON NE PEUT MARQUER NI DES DE L'ÉLÉMENT ET TABLEAU LES POINTS NÉCESSAIRES À CES OPÉRATIONS.	115—116		

CHAPITRE V.

De quelques questions relatives à la ligne droite et à un plan.

Probl. I. Étant données le point évanouissant d'une droite et la perspective du point de rencontre de cette droite avec un plan dont la ligne de fuite est connue, trouver la perspective de l'intersection de ce plan avec un second plan mené par cette droite et parallèle à une seconde droite dont le point évanouissant est aussi connu. 118

Probl. II. Étant données les lignes de fuite de deux plans, la perspective de leur intersection, le point évanouissant d'une droite quelconque, et la perspective du point de rencontre de cette droite avec l'un de ces plans, trouver la perspective du point de rencontre de cette même droite avec le second. 119

Probl. III. Étant données la ligne de fuite d'un plan, le point évanouissant d'une droite et la perspective du point de rencontre de cette droite et de ce plan, trouver la perspective du point de rencontre de ce même plan, avec une seconde droite dont le point évanouissant est connu, et qui passe par un point de la première dont la perspective est aussi connue. 120

Probl. IV. Étant données les lignes de fuite de trois plans, et les perspectives des intersections de deux de ces plans avec le troisième, trouver la perspective de l'intersection de ces deux plans. 121

Probl. V. Étant données les lignes de fuite de deux plans, les perspectives des points de rencontre de ces plans avec une même droite, et le point évanouissant de cette droite, construire la perspective de l'intersection de ces deux plans. 122

Probl. VI. Étant données les points évanouissants de deux droites, les perspectives de leurs points de rencontre avec un même plan, la ligne de fuite de ce plan, et la perspective d'un point de la première de ces droites, trouver la perspective de l'intersection du plan proposé avec un plan mené par ce point et par la seconde de ces mêmes droites. 123

CHAPITRE VI.

De la perspective des ombres linéaires.

§ 1^{re}. NOTIONS PRÉLIMINAIRES. 125-129

§ II. EXEMPLES DE LA PERSPECTIVE DES OMBRES LINÉAIRES DANS LE CAS OÙ LA LUMIÈRE PROVIENT D'UN CORPS CÉLESTE.

Ombre d'un parallélépipède rectangle sur un plan horizontal. 131

Ombre d'un même solide sur deux plans, l'un horizontal, et l'autre vertical, les rayons lumineux étant parallèles au tableau. 132

Perspective d'un intérieur éclairé par une ouverture pratiquée dans un mur vertical. 133

Autres exemples d'ombres sur des plans horizontaux et verticaux. 134

Ombre d'un parallélépipède sur des marches. 135

Autres exemples d'ombres sur des marches. 136

Ombre d'un solide incliné sur deux plans, l'un horizontal, et l'autre vertical. 137

Ombres d'une lucarne et d'une cheminée sur un comble. 138

Ombre d'un parallélépipède sur deux plans, l'un horizontal et l'autre incliné, en n'employant ni la ligne de fuite de ce second plan, ni celles des plans de rayons lumineux. 139

Ombre d'un cylindre droit dont la génératrice est verticale. 140

Ombre d'un cylindre dont la génératrice est dirigée d'une manière quelconque par rapport au tableau. 141

Autre manière de déterminer l'ombre d'un cylindre droit dont la génératrice est horizontale sur un plan aussi horizontal, et la limite de l'ombre produite dans l'intérieur de ce cylindre supposé creux. 142

Ombre d'un mur et d'une droite inclinée sur un cylindre droit dont la génératrice est verticale. 143

Ombre d'une droite verticale sur un cylindre dont la génératrice est horizontale. 144

Autre manière de déterminer l'ombre d'une droite verticale sur un cylindre droit dont la génératrice est horizontale. 145

§ III. EXEMPLES DE LA PERSPECTIVE DES OMBRES LINÉAIRES, DANS LE CAS OÙ LA LUMIÈRE PROVIENT D'UN ÉCLAIRÉ.

Ombre d'un parallélépipède sur deux plans, l'un horizontal et l'autre vertical. 146

Ombre d'un parallélépipède sur des marches. 147

Ombre d'une pyramide et d'un socle sur deux plans, l'un horizontal et l'autre incliné. 148

Ombres de différents objets dans une cham-

	N°
bre éclairée par une lumière posée sur un a- table	149

CHAPITRE VII.

De la perspective des réflexions produites par l'eau et les miroirs plans.

Notions préliminaires.	150-151
Des réflexions produites à la surface de l'eau.	152
Des réflexions dans un miroir parallèle au ta- bleau.	153
Des réflexions dans un miroir vertical perpen- diculaire au tableau.	154
Des réflexions dans un miroir vertical oblique.	155
Des réflexions dans un miroir incliné perpen- diculaire au tableau.	156
Des réflexions dans un miroir incliné dont la ligne de fuite est parallèle à la ligne d'ho- rizon.	157
Des réflexions dans un miroir incliné suivant une direction quelconque.	158

NOTES ET ADDITIONS.

I. <i>Sur la perspective des contours apparents des surfaces courbes.</i>	
Perspective du tore.	162
II. <i>Sur la perspective des intersections de sur- faces courbes.</i>	
III. <i>Sur la détermination graphique des ombres, dans les dessins de perspective, pour le cas où l'ombre à construire est produite par une ligne courbe ou reçue par une surface courbe.</i>	
Ombre d'une niche sphérique.	167

	N°
IV. <i>De la perspective des ombres des surfaces courbes.</i>	
Ombre du tore.	171
V. <i>Sur la perspective de la sphère.</i>	
VI. <i>De la perspective par la méthode des pro- jections.</i>	
VII. <i>Problèmes relatifs à la perspective d'un cercle.</i>	
Connaissant la ligne de fuite du plan d'un cercle et la perspective de celui des dia- mètres, de ce cercle qui est parallèle à cette ligne de fuite, trouver les axes prin- cipaux de l'ellipse perspective de ce cercle, étant donnée la perspective de l'un des dia- mètres d'un cercle dont le plan est horiza- tal, trouver, sans construire l'ellipse per- spective de ce cercle, les points pour les- quels les tangentes à cette ellipse sont per- pendiculaires à la ligne de fuite des plans horizontaux.	177
Étant données la perspective d'un diamètre d'un cercle et la perspective d'un point situé dans le plan de ce cercle, trouver, sans construire celle de ce même cercle, les points pour lesquels les tangentes à cette perspec- tive passent par celui du point proposé.	178
De deux procédés qui n'exigent que la règle pour mener une tangente à la perspective d'une circonférence ou d'une courbe quel- conque du second degré, 1° par un point extérieur; 2° par un point pris sur cette perspective.	179

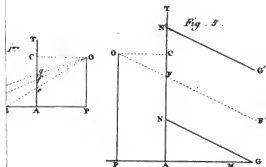
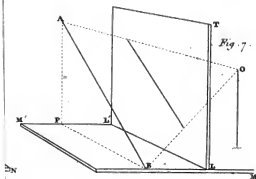
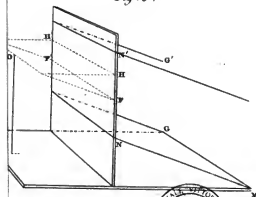


Fig. 6.



donc rue de Batavia N° 12.



Fig. 9.

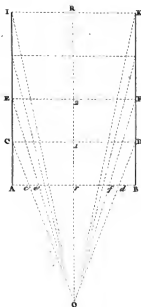


Fig. 11.

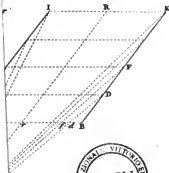


Fig. 15.

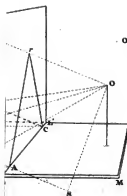


Fig. 16.

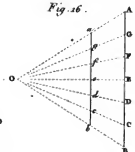


Fig. 18.

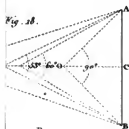


Fig. 20.



Fig. 24.

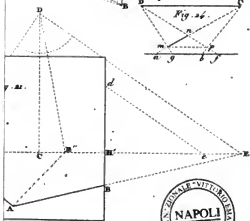
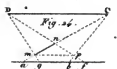


Fig. 28.

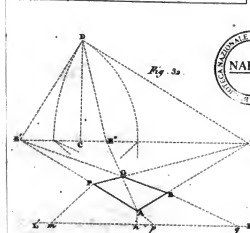
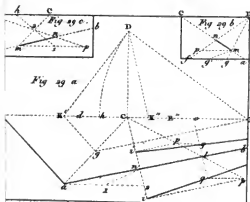
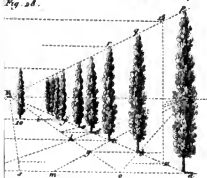
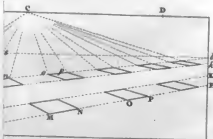
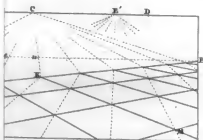
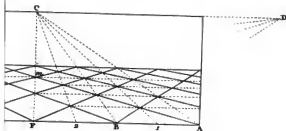
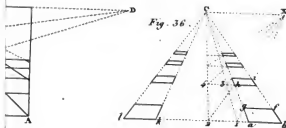


Fig. 36.



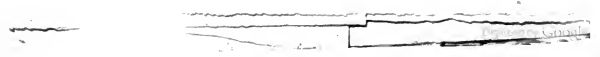




Fig. 38.

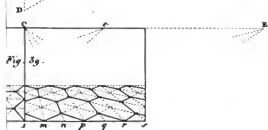


Fig. 39.

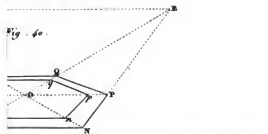


Fig. 40.

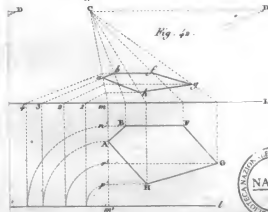
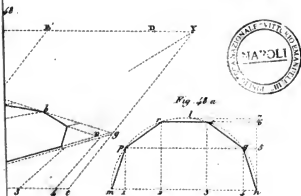
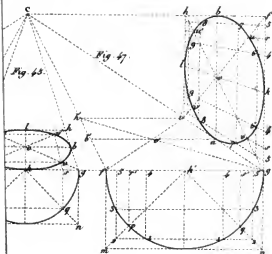
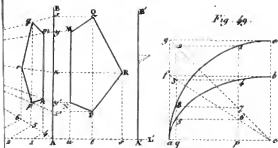
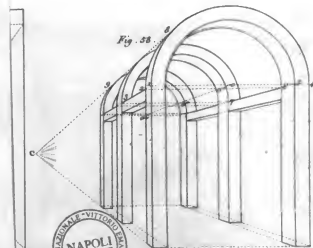
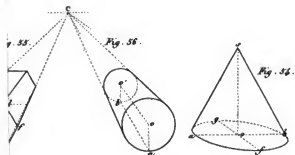
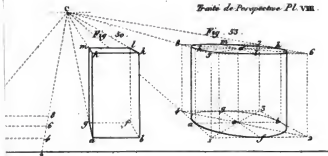
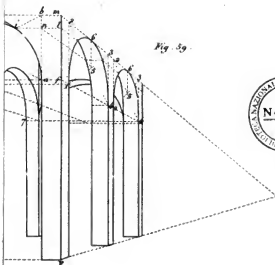
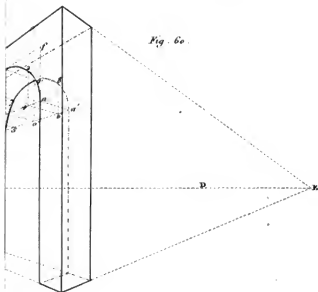


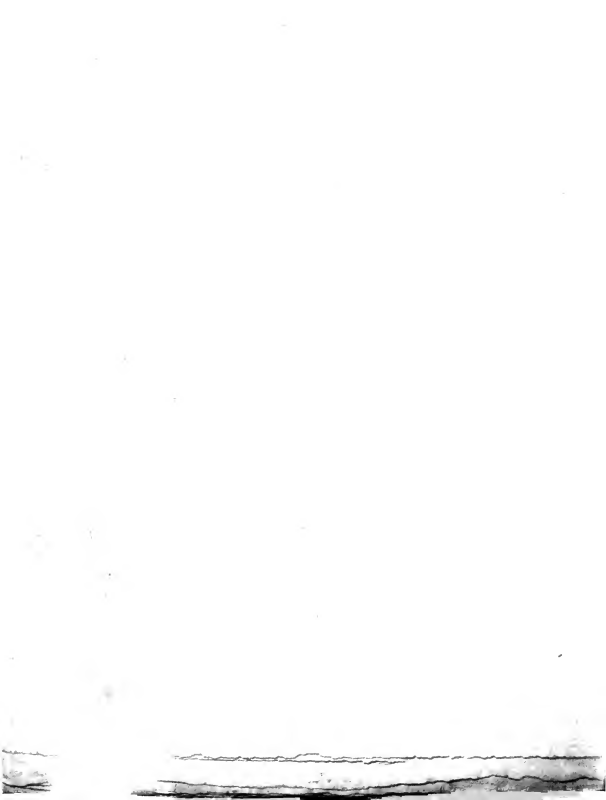
Fig. 41.

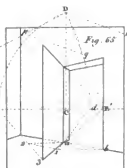
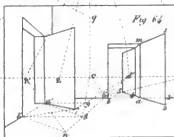
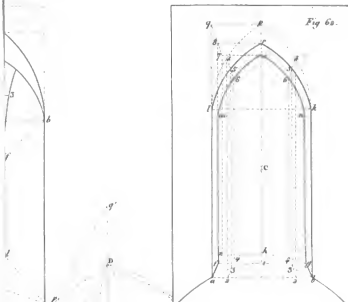


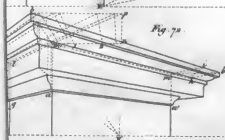
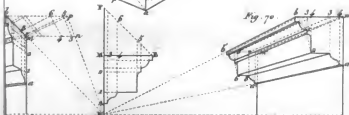
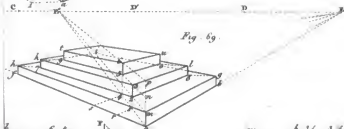
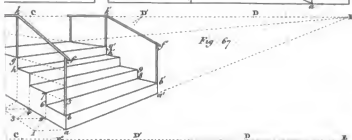
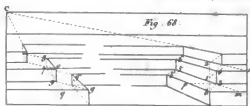


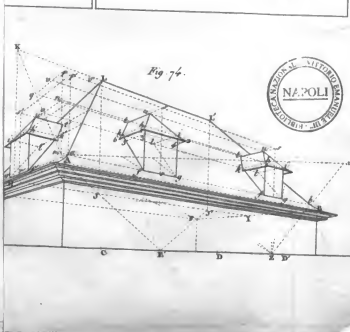
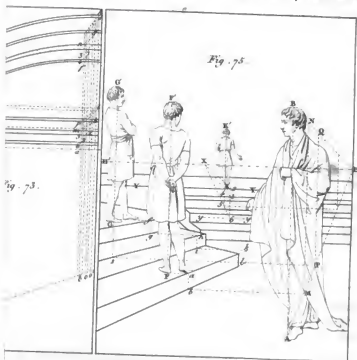


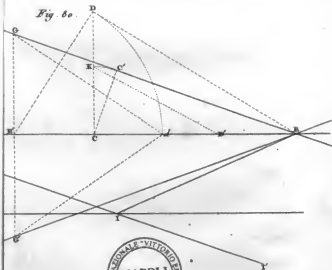
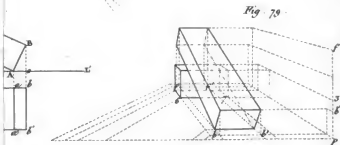
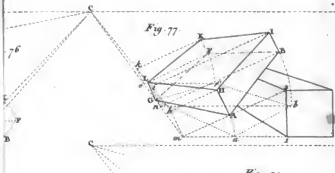












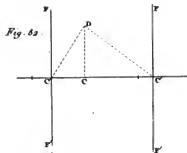
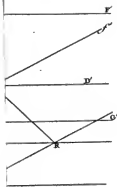


Fig. 84.

Fig. 83.

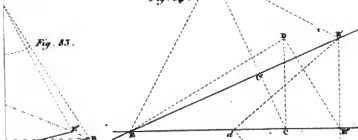


Fig. 85.

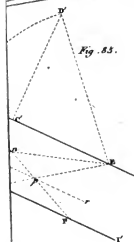


Fig. 86.

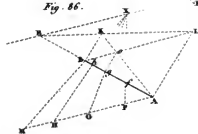




Fig. 87.

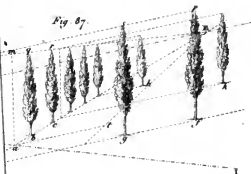


Fig. 88

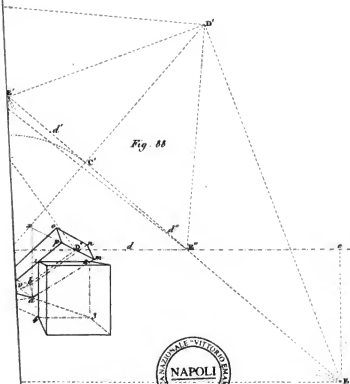




Fig. 90.

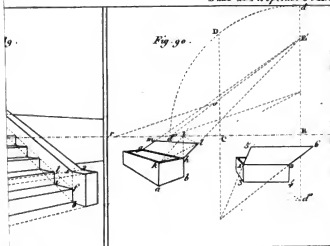


Fig. 91.

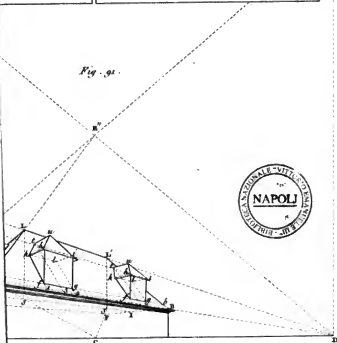




Fig. 92.

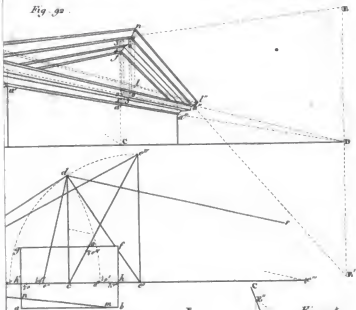


Fig. 93.

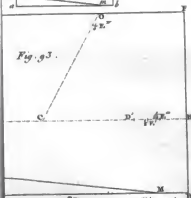


Fig. 94.



Fig. 95.

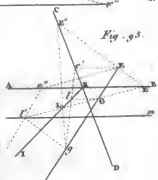


Fig. 96.



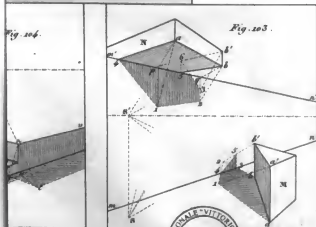
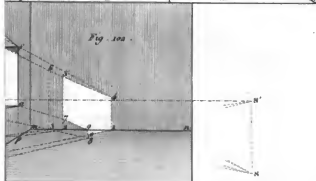
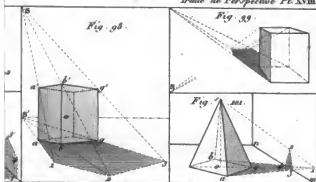


Fig. 108.

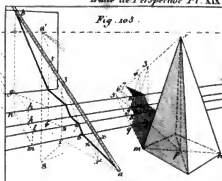


Fig. 107.

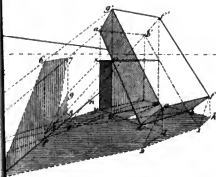


Fig. 108.

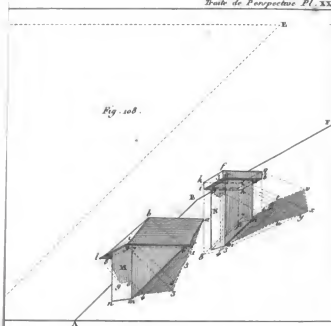


Fig. 109.

Fig. 110.

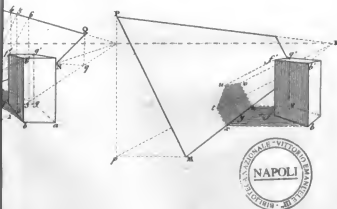


Fig. 12.

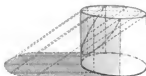


Fig. 13.

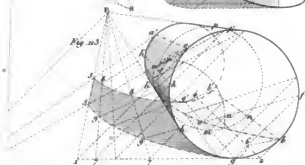


Fig. 14.

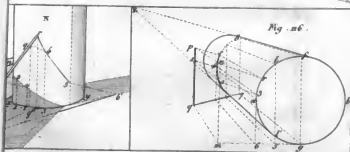
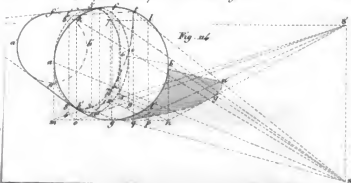


Fig. 15.

Fig. 129.

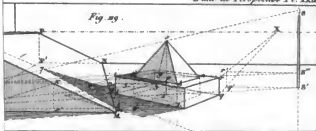


Fig. 128.



Fig. 127.

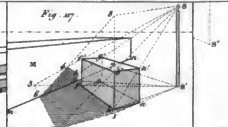
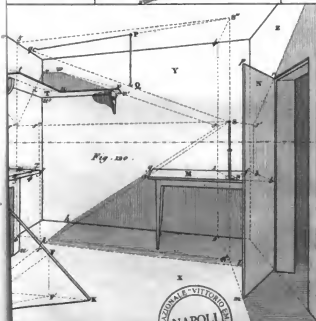
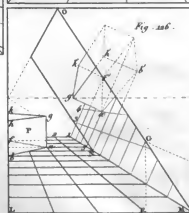
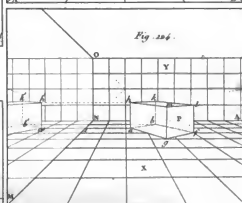
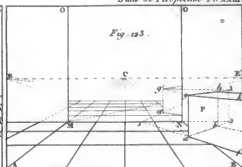


Fig. 120.





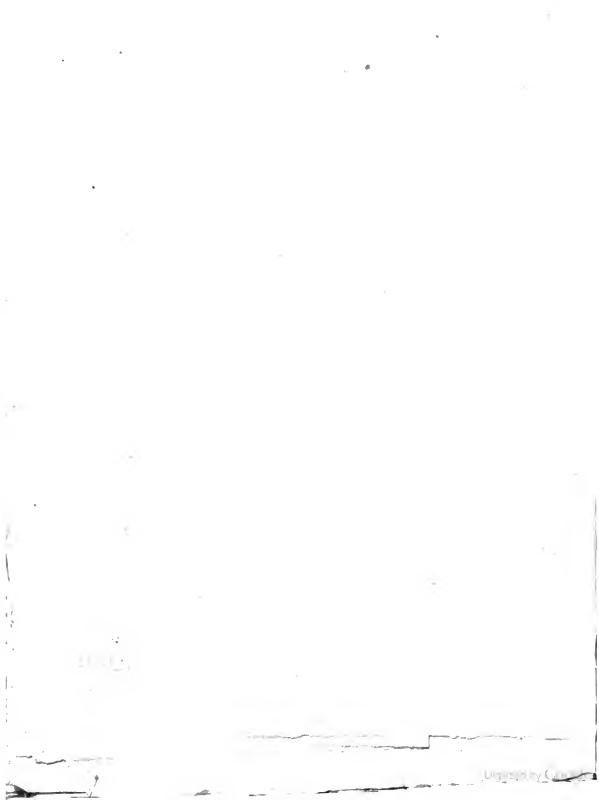


Fig. 128.

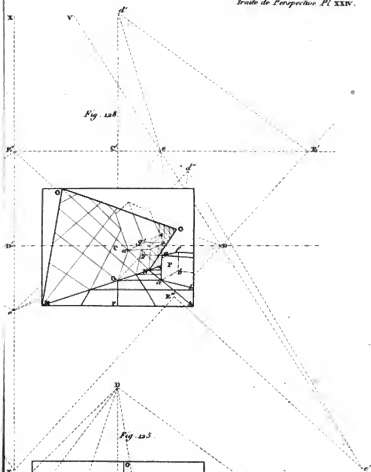
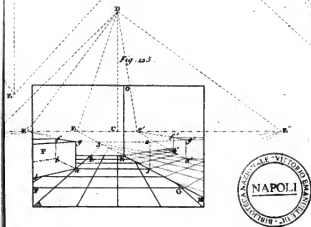


Fig. 125.



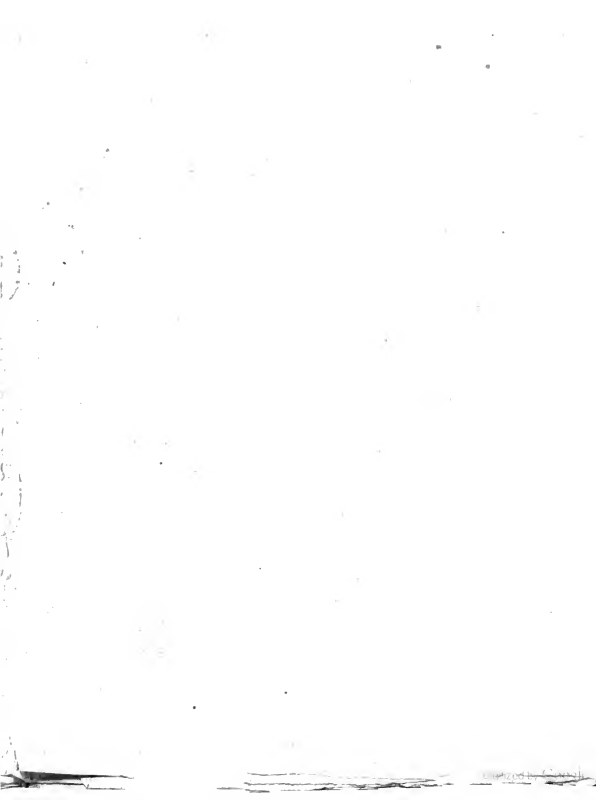


Fig. 129

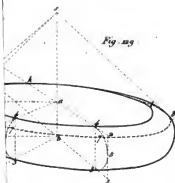


Fig. 130

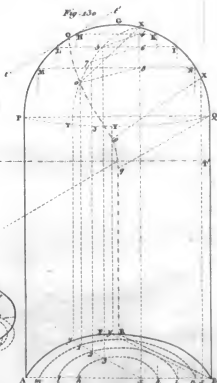


Fig. 131



Fig. 132

